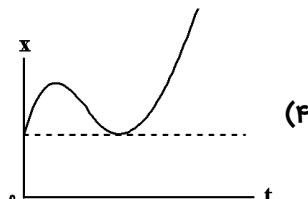
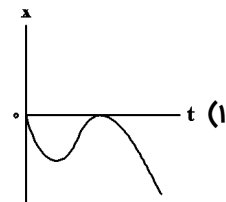
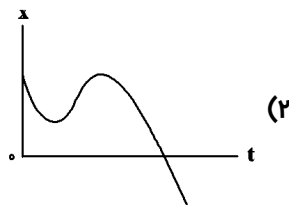
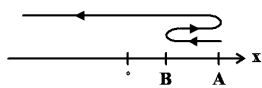


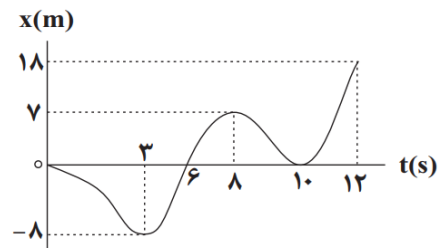
۱) با توجه به الگوی حرکتی زیر، کدام یک از گزینه‌ها می‌تواند نمودار مکان - زمان حرکت این متحرک را به درستی نشان دهد؟



۲) راننده‌ای با گرفتن ترمز، سرعت اتومبیل خود را با شتاب ثابت کاهش می‌دهد و پس از ۸ ثانیه و طی مسافت ۴۰ متر متوقف می‌شود. سرعت اولیه اتومبیل چند متر بر ثانیه بوده است؟

- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۲۰
(۴) ۴۰

۳) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست در حرکت است مطابق شکل زیر است. نسبت مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند به مدت زمانی که بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x است، کدام است؟

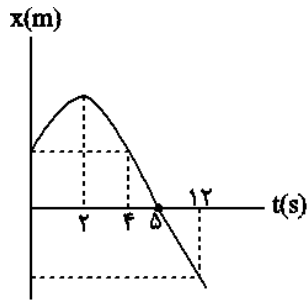


- (۱) $\frac{5}{6}$
(۲) $\frac{3}{4}$
(۳) ۱
(۴) $\frac{2}{3}$

۴) شخصی در مدت ۲۰۰s و روی مسیری مستقیم، ابتدا ۲۰۰m به طرف غرب و سپس روی همان مسیر ۳۰۰m به طرف شرق حرکت می‌کند. تندی متوسط این شخص چند متر بر ثانیه بوده و مفهوم عدد به دست آمده چیست؟

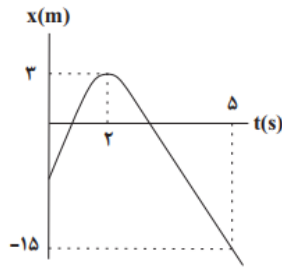
- (۱) $\frac{2}{5}$ ، یعنی این شخص در هر ثانیه، $\frac{2}{5}m$ از طول مسیر را طی کرده است.
(۲) $\frac{2}{5}$ ، یعنی این شخص به طور متوسط در هر ثانیه، $\frac{2}{5}m$ به مقصد خود نزدیک‌تر شده است.
(۳) $\frac{5}{5}$ ، یعنی این شخص در هر ثانیه، $\frac{5}{5}m$ از طول مسیر را طی کرده است.
(۴) $\frac{5}{5}$ ، یعنی این شخص به طور متوسط در هر ثانیه، $\frac{5}{5}m$ به مقصد خود نزدیک‌تر شده است.

۵) سهمی شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. در ۱۲ ثانیه اول حرکت، مدت زمانی که متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، چند برابر مدت زمانی است که طول می‌کشد تا متحرک دوباره از مبدأ حرکت‌اش عبور کند؟



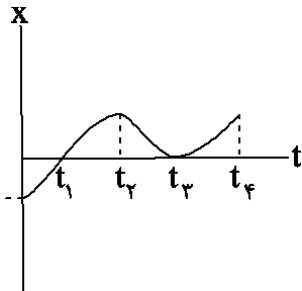
- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) ۲
- (۳) $\frac{9}{5}$
- (۴) $\frac{4}{3}$

۶) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. مکان اولیه متحرک بر حسب متر کدام است؟



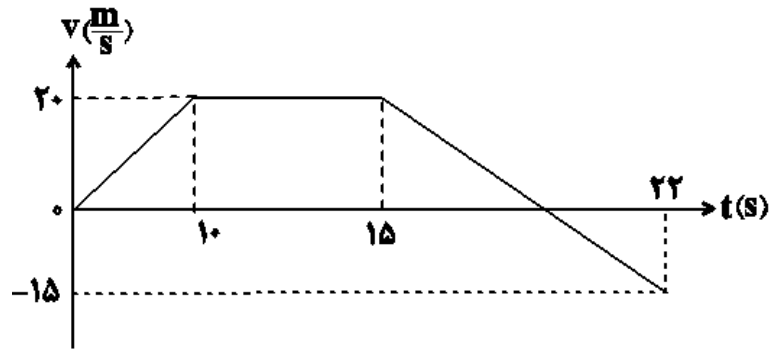
- (۱) -۵
- (۲) -۳
- (۳) -۴
- (۴) -۶

۷) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد این حرکت صحیح است؟



- (۱) در بازه زمانی صفر تا t_4 ، دو بار جهت بردار مکان عوض می‌شود.
- (۲) در بازه زمانی صفر تا t_4 ، سه بار جهت حرکت عوض می‌شود.
- (۳) شتاب متوسط در بازه زمانی t_1 تا t_3 منفی است.
- (۴) سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_4 صفر است.

۸) نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. به ترتیب از راست به چپ، تندی متوسط متحرک در مدت زمانی که حرکت آن کند شونده است متر بر ثانیه و جابه‌جایی متحرک در کل حرکت متر می‌باشد.



(۱) ۱۰ و ۲۱۷/۵

(۲) ۵ و ۲۱۷/۵

(۳) ۱۰ و ۲۶۲/۵

(۴) ۵ و ۲۶۲/۵

۹) معادله حرکت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند بر حسب زمان در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 3$ است. تندی متوسط متحرک در چهار ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

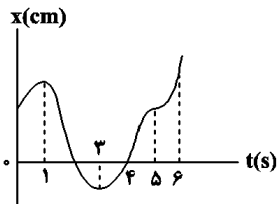
(۴) ۰/۵

(۳) ۱

(۲) صفر

(۱) ۲

۱۰) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. با توجه به نمودار در ۶ ثانیه اول حرکت، به ترتیب از راست به چپ، متحرک چند بار تغییر جهت داده، چند بار متوقف شده و بردار جابه‌جایی این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 4s$ در جهت محور X یا در خلاف جهت آن است؟



(۱) ۲، ۲، در جهت

(۲) ۲، ۳، در جهت

(۳) ۳، ۳، خلاف جهت

(۴) ۲، ۳، خلاف جهت

۱۱) معادله مکان-زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 2t - 3$ است. اندازه سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی‌ای که متحرک در قسمت منفی محور Xها بوده است، چند متر بر ثانیه است؟

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) صفر

۱۲) متحرکی فاصله مستقیم بین دو نقطه را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر این متحرک $\frac{F}{8}$ اولیه کل مسیر را با سرعت متوسط v و بقیه مسیر را با سرعت متوسط $\frac{1}{4}v$ بپیماید، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند برابر v است؟

(۲) $\frac{5}{8}$

(۱) $\frac{1}{8}$

(۴) $\frac{5}{3}$

(۳) $\frac{3}{8}$

۱۳) معادله مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + 2$ می‌باشد. اگر متحرک در لحظه t_1 دوباره در مکان اولیه‌اش و در لحظه t_2 در مبدأ مکان باشد، حاصل $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

(۲) $\frac{1}{3}$

(۱) ۲

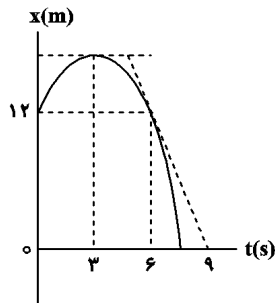
(۴) $\frac{1}{3}$

(۳) ۳

۱۴) متحرکی با شتاب ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر این متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت $80m$ در چهار ثانیه سوم $120m$ جابه‌جا شود، جابه‌جائی آن در ۸ ثانیه اول حرکت چند متر است؟

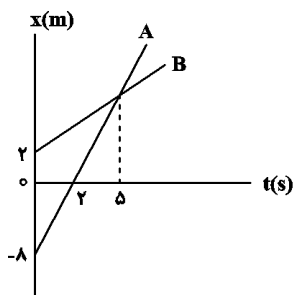
- (۱) ۱۵۰
(۲) ۱۶۰
(۳) ۱۷۰
(۴) ۱۸۰

۱۵) نمودار مکان- زمان متحرکی که بر روی خط راستی حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در ۳ ثانیه دوم حرکت چند متر بر مربع ثانیه است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{1}{4}$
(۳) $-\frac{1}{4}$
(۴) $-\frac{1}{3}$

۱۶) نمودار مکان- زمان دو متحرک A و B به صورت زیر است. در لحظه‌ای که متحرک A از مبدأ مکان می‌گذرد، متحرک B در چند متری مبدأ مکان است؟



- (۱) ۱۲
(۲) ۸
(۳) ۲
(۴) ۶

۱۷) شخصی بر روی یک نقطه ثابت از صفحه تردمیلی در حال دویدن است. اگر تندی سنج این دستگاه، تندی ثابت $10 \frac{m}{s}$ را نشان دهد، سرعت متوسط این شخص پس از گذشت ۲۰ ثانیه چند واحد SI می‌باشد؟

- (۱) ۱۰
(۲) $0/5$
(۳) ۵
(۴) صفر

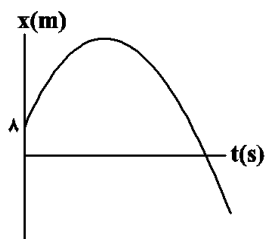
۱۸) بر روی دو ریل موازی و مستقیم، دو قطار با طول‌های $L_A = 210m$ و $L_B = 240m$ و تندی‌های ثابت $v_A = 14m/s$ و $v_B = 16m/s$ در حال حرکت به سمت هم هستند. زمانی که دو قطار به یکدیگر می‌رسند، لوکوموتیوران قطار A، چند ثانیه قطار B را در کنار خود می‌بیند؟

- (۱) ۱۵
(۲) ۱۴
(۳) ۸
(۴) ۷

۱۹) متحرکی با سرعت اولیه v و شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ در مبدا زمان از مبدا حرکت در خلاف جهت محور xها عبور می‌کند. اگر در مدت ۱۰ ثانیه متحرک مسافت ۵۲ متر را طی کند و بردار جابه‌جایی آن طی این مدت برابر با $20(m)\vec{i}$ باشد، تندی اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۵
(۲) $7/5$
(۳) ۱۰
(۴) ۱۲

۲۰) نمودار مکان - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر معادله شیب خط مماس بر این نمودار در هر لحظه در SI به صورت $v = -2t + 16$ باشد، مکان این متحرک در لحظه $t = 6s$ بر حسب متر کدام است؟

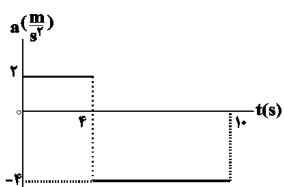


- (۱) ۴۸
- (۲) ۶۰
- (۳) ۶۸
- (۴) ۹۰

۲۱) در شرایط خلأ، دو گلوله با فاصله زمانی ۳ ثانیه، از یک نقطه بالای سطح زمین و از حال سکون رها می‌شوند. چند ثانیه پس از رها شدن گلوله دوم، فاصله دو گلوله ۱۶۵ متر می‌شود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و ارتفاع به اندازه کافی بلند است.)

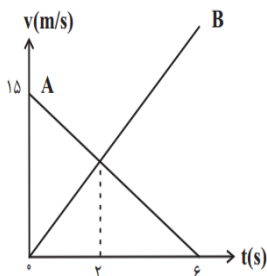
- (۱) ۳
- (۲) ۴
- (۳) ۶
- (۴) ۵

۲۲) نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیه متحرک $-10 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟



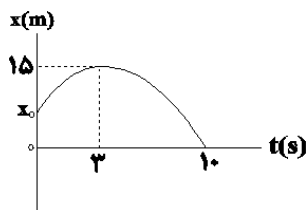
- (۱) -۱۸
- (۲) ۲۱/۶
- (۳) -۲۱/۶
- (۴) -۱۰/۸

۲۳) نمودار سرعت - زمان حرکت دو متحرک که در لحظه $t = 0$ در فاصله ۲۰۵ متری از یک‌دیگر روی مسیری مستقیم قرار دارند، مطابق شکل زیر می‌باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟ (متحرک A در لحظه $t = 6s$ متوقف می‌شود.)



- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۰
- (۴) ۱۲

۲۴) نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندترین متوسط متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت برابر با $2 \frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک از لحظه شروع حرکت تا لحظه‌ای که بزرگی بردار مکان متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد، چند $\frac{m}{s}$ است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) ۵
- (۳) $\frac{10}{3}$
- (۴) $2/5$

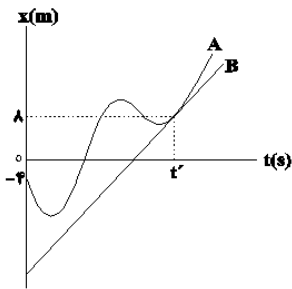
۲۵) اتومبیلی در حرکت با شتاب ثابت در امتداد محور x ، در لحظه $t = 0$ ، با تندی $12 \frac{m}{s}$ از مبدأ مکان گذشته و بعد از توقف در نقطه B برگشته و پس از گذر از مبدأ مکان، با تندی $24 \frac{m}{s}$ از 54 متری آن می‌گذرد. B در چند متری مبدأ مکان است؟

۹ (۴)

۲۷ (۳)

۱۸ (۲)

۳۶ (۱)



۲۶) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل روبه‌رو است. متحرک A با تندی اولیه $4 \frac{m}{s}$ در مبدأ زمان از مکان $x = -4m$ عبور می‌کند و متحرک B با تندی ثابت حرکت می‌کند. اگر بزرگی سرعت متوسط و شتاب متوسط متحرک A در t' ثانیه اول حرکت به ترتیب برابر $2 \frac{m}{s^2}$ و $3 \frac{m}{s^2}$ باشد، فاصله دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر است؟ (دو نمودار در لحظه t' مماس بر یکدیگرند.)

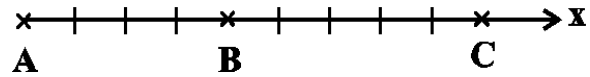
۸۹ (۲)

۶۶ (۱)

۷۳ (۴)

۸۴ (۳)

۲۷) متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x ها حرکت می‌کند، به ترتیب با سرعت‌های $9 \frac{m}{s}$ و v از نقطه‌های A و B گذشته و در نقطه C متوقف می‌شود. اگر $\overline{BC} = \frac{5}{9} \overline{AB}$ باشد، v چند متر بر ثانیه است؟ (متحرک تغییر جهت نمی‌دهد.)



۴ (۴)

۶ (۳)

$2\sqrt{5}$ (۲)

$3\sqrt{5}$ (۱)

۲۸) متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، طی مدت یک دقیقه، سرعت خود را از $36 \frac{km}{h}$ به $72 \frac{km}{h}$ می‌رساند. مسافت طی شده توسط متحرک طی این مدت، برابر با چند متر است؟

۱۴۴۰ (۴)

۱۰۸۰ (۳)

۵۰۰ (۲)

۳۰۰ (۱)

۲۹) اتومبیلی از حال سکون و با شتاب ثابت a در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. در لحظه $t = 9/5 s$ ، راننده مانعی را در مسیر می‌بیند و با اندازه شتاب $3a$ ترمز می‌کند. اگر از لحظه ترمز گرفتن، $3/3 s$ طول بکشد تا اتومبیل قبل از برخورد به مانع متوقف شود، زمان تأخیر واکنش راننده برحسب ثانیه کدام است؟

(۴)

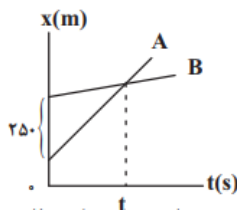
اطلاعات مسأله کافی نیست.

$0/6$ (۳)

$0/4$ (۲)

$0/2$ (۱)

۳۰) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی یک خط راست حرکت می‌کنند، به صورت شکل زیر است. تندی متحرک A ، سه برابر تندی متحرک B است و فاصله دو متحرک از هم، یک بار در زمان t' و بار دیگر در زمان t'' برابر با $150m$ می‌شود. اگر $t'' - t' = 24s$ باشد، تندی متحرک A چند متر بر ثانیه است؟



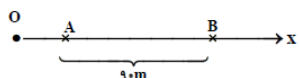
$12/5$ (۲)

$6/25$ (۱)

$75/3$ (۴)

$75/8$ (۳)

۳۱) مطابق شکل زیر، متحرکی که از نقطه O و از حال سکون با شتاب ثابت $3 \frac{m}{s^2}$ روی محور x شروع به حرکت کرده است، فاصله بین دو نقطه A و B را در مدت $6s$ طی می‌کند. فاصله OA چند متر است؟



۸ (۲)

۶ (۱)

۱۶ (۴)

۱۲ (۳)

۳۱) دو متحرک با سرعت‌های ثابت $v_1 = 100 \frac{km}{h}$ و $v_2 = 40 \frac{km}{h}$ از دو شهر A و B در یک مسیر مستقیم به سمت یکدیگر شروع به حرکت می‌کنند. اگر بعد از ۱۵ دقیقه فاصله دو متحرک از هم برای دومین بار به ۵ km برسد، متحرک (۱) فاصله بین دو شهر را در چند دقیقه طی می‌کند؟

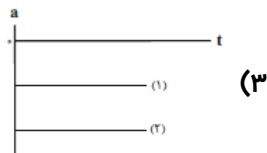
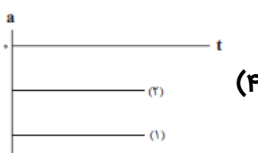
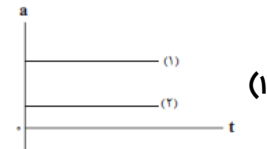
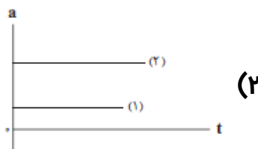
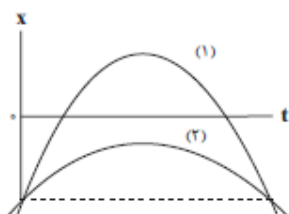
۶۰ (۴)

۲۴ (۳)

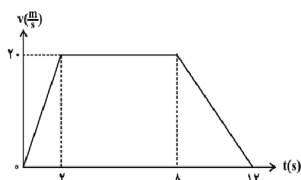
۴۵ (۲)

۱۸ (۱)

۳۲) نمودار مکان - زمان حرکت دو متحرک که با شتاب‌هایی ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. نمودار شتاب - زمان این دو متحرک مطابق با کدام گزینه است؟

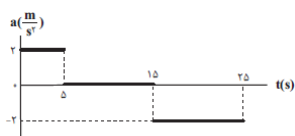


۳۳) نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر زمان لازم برای پیمودن نیمه اول مسیر و نیمه دوم مسیر به ترتیب t_1 و t_2 باشد، $t_2 - t_1$ چند ثانیه است؟



- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) ۵/۵
- ۴) ۶/۵

۳۴) نمودار شتاب - زمان متحرکی که با تندی اولیه $72 \frac{km}{h}$ در جهت منفی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در مدت ۲۵ ثانیه اول حرکت، چند ثانیه نوع حرکت تندشونده است؟



- ۱) صفر
- ۲) ۵
- ۳) ۱۵
- ۴) ۱۰

۳۵) متحرکی روی محور x ها در حال حرکت است و در مبدأ زمان از مکان $x_0 = -3m$ می‌گذرد. جهت حرکت متحرک به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 2m$ و $x_2 = -1m$ تغییر می‌کند. اگر کل مدت زمان حرکت برابر با $10s$ و تندی متوسط متحرک در کل مدت زمان حرکت $1/6 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در این مدت زمان در SI کدام است؟

۴ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۳ (۱)

۳۶) طول ساندویچی ۱ متر است. در یک سر آن خرگوشی با تندی ثابت $2 \frac{cm}{s}$ و در سر دیگر، موشی هم‌زمان با خرگوش با تندی ثابت $5 \frac{mm}{s}$ شروع به خوردن ساندویچ می‌کنند. به ترتیب از راست به چپ، پس از چند ثانیه ساندویچ تمام می‌شود و چند درصد از ساندویچ را خرگوش خورده است؟

۶۰ ، ۲۰۰ (۴)

۸۰ ، ۲۰۰ (۳)

۶۰ ، ۴۰۰ (۲)

۸۰ ، ۴۰۰ (۱)

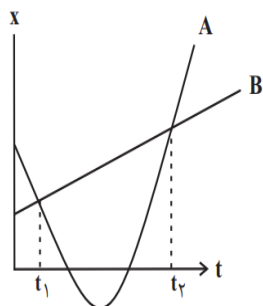
۳۸) گلوله‌ای به جرم m را از بالای یک بلندی با تندی اولیه v_0 در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم و با تندی حدى به زمین می‌رسد. با فرض آن که نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله با مجذور تندی آن رابطه مستقیم داشته باشد، نمودار سرعت - زمان حرکت گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به زمین مطابق کدام گزینه می‌تواند باشد؟



۳۹) متحرکی از حال سکون و با شتاب ثابت a در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از طی مسافت Δx سرعتش به $10 \frac{m}{s}$ می‌رسد. از این لحظه به بعد با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ ادامه مسیر می‌دهد. سرعت متوسط این متحرک پس از طی مسافت $3\Delta x$ از شروع حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

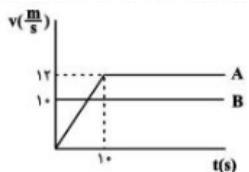
- (۱) ۱۰
(۲) ۲۰
(۳) ۷/۵
(۴) ۱۵

۴۰) نمودار مکان-زمان دو متحرک A و B که در مسیری مستقیم به ترتیب با شتاب ثابت و سرعت ثابت حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متحرک A در لحظه‌های t_1 و t_2 به ترتیب $5 \frac{m}{s}$ و $7 \frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک B چند متر بر ثانیه است؟



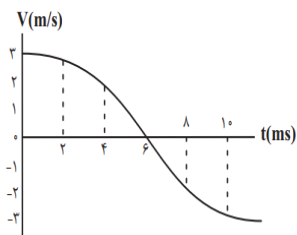
- (۱) ۶
(۲) ۱
(۳) ۲
(۴) ۴

۴۱) نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در لحظه $t_0 = 0$ از مکان $x_0 = 0$ در مسیری مستقیم می‌گذرند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه در متحرک به هم می‌رسند؟



- (۱) ۵
(۲) ۱۰
(۳) ۲۰
(۴) ۳۰

۴۲) مطابق شکل زیر، توپی در جهت محور x با تندی $3 \frac{m}{s}$ با دیواری برخورد کرده و با تندی $3 \frac{m}{s}$ در جهت منفی x ها باز می‌گردد. بیشترین مقدار شتاب این توپ در چه زمانی بر حسب میلی ثانیه رخ می‌دهد؟

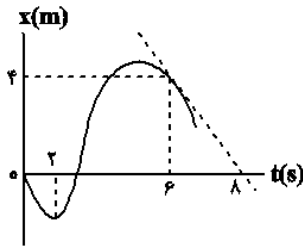


- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۶
(۴) ۷

(۴۳) در شرایط خلأ، گلوله کوچکی از ارتفاع معینی بالای سطح زمین و بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر گلوله ۸۰ متر آخر سقوط خود را در دو ثانیه طی کند، مدت زمان سقوط چند ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

(۴۴) نمودار مکان - زمان متحرکی که روظظی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 6s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

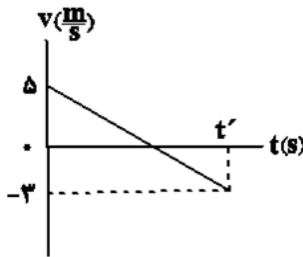


- ۲ (۱)
 $\frac{1}{3}$ (۲)
 -2 (۳)
 $-\frac{1}{3}$ (۴)

(۴۵) در شرایط خلأ، سنگی را از بالای ساختمانی از حال سکون رها می‌کنیم. اگر سنگ در ثانیه آخر حرکت خود $\frac{3}{34}$ متر را طی کند، تندی سنگ در لحظه رسیدن به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 9/8 \frac{m}{s^2}$)

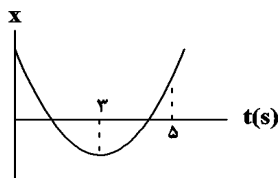
- ۱۹/۶ (۱) ۲۹/۴ (۲) ۴۹ (۳) ۳۹/۲ (۴)

(۴۶) نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نسبت تندی متوسط متحرک به سرعت متوسط آن در بازه زمانی صفر تا t' کدام است؟



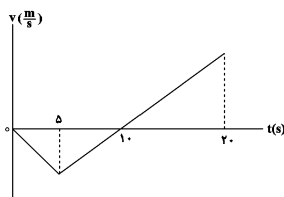
- $\frac{25}{9}$ (۱)
 $\frac{17}{8}$ (۲)
 4 (۳)
 اطلاعات مسأله کافی نیست. (۴)

(۴۷) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر تندی متوسط متحرک در ۵ ثانیه اول حرکتش برابر با $6/5 \frac{m}{s}$ باشد، شتاب متوسط آن در این بازه زمانی چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- ۲/۵ (۱)
 ۵ (۲)
 ۱۰ (۳)
 ۷/۵ (۴)

(۴۸) نمودار سرعت- زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۵s تا ۱۲s برابر $-21m$ باشد، تندی متحرک در لحظه $t = 3s$ چند متر بر ثانیه است؟



- ۲ (۱)
 ۳ (۲)
 ۶ (۳)
 ۱۲ (۴)

۴۹) در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌شود. اگر اندازه سرعت متوسط آن در ۲ ثانیه آخر حرکتش $\frac{29}{4} \frac{m}{s}$ باشد، اندازه سرعت آن در لحظه برخورد با زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 9.8 \frac{m}{s^2}$)

- ۲/۳۹ (۱) ۴۹ (۲) ۶/۱۹ (۳) ۸/۹ (۴)

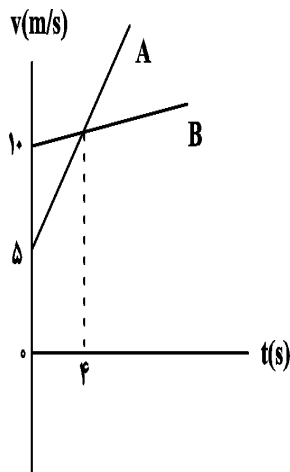
۵۰) در شرایط خلأ، سنگی را از ارتفاع h از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر سنگ در ۳ ثانیه آخر حرکتش، سه برابر ۳ ثانیه اول حرکتش جابه‌جا شده باشد، تندی سنگ هنگام برخورد به زمین چند متر بر ثانیه است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- ۲۰√۱۵ (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۱۰√۴۷ (۴)

۵۱) متحرکی در امتداد محور x ها از نقطه A تا نقطه B را در مدت زمان ۳ ثانیه و در ادامه از نقطه B تا نقطه C را در مدت زمان ۲ ثانیه طی می‌کند. اگر تغییر سرعتش در مرحله اول $12 \vec{i}$ و در مرحله دوم $10 \vec{i}$ (واحد SI) باشد، شتاب متوسطش در این ۵ ثانیه چند متر بر مجذور ثانیه است؟

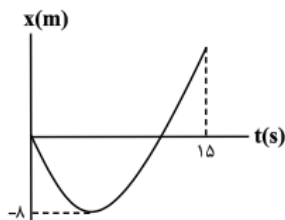
- $\frac{F}{4} \vec{i}$ (۱) $\frac{F}{4} \vec{i}$ (۲) $\frac{-F}{4} \vec{i}$ (۳) $\frac{-F}{4} \vec{i}$ (۴)

۵۲) نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که در امتداد محور x حرکت می‌کنند و در لحظه $t = 0$ در فاصله $\frac{3}{6}$ متری از هم قرار دارند، مطابق شکل زیر است. اگر این دو متحرک در دو لحظه از کنار هم عبور کنند، فاصله زمانی بین این دو لحظه چند ثانیه است؟



- ۳/۲ (۱) ۶/۴ (۲) ۷/۲ (۳) ۸ (۴)

۵۳) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا ۱۵s، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه از اندازه سرعت متوسط آن بیشتر است؟



- ۱ (۲) $\frac{16}{15}$ (۱) ۲ (۴) $\frac{15}{8}$ (۳)

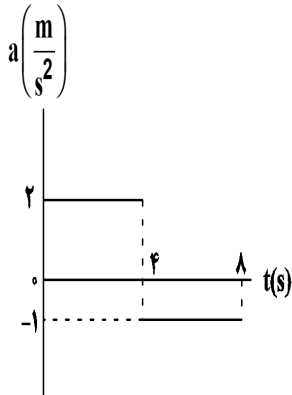
۵۴) دو موتورسوار A و B هم‌زمان و در یک جهت بر روی مسیری مستقیم با سرعت‌های ثابت $10 \frac{m}{s}$ از نقطه O می‌گذرند. پس از گذشت ۵s، موتورسوار B ترمز می‌کند و ۵s طول می‌کشد تا متوقف شود، سپس ۵s به توقف خود ادامه داده و در ادامه طی ۵s با شتاب ثابت a حرکت می‌کند و در پایان این مدت خود را به موتورسوار A می‌رساند. a چند متر بر مجذور ثانیه است؟

- ۲ (۱) ۵ (۲) ۱۰ (۳) ۴ (۴)

۵۵) معادله حرکت متحرکی که روی محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = t^2 - 4t + 1$ است. در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ ، اختلاف تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط آن چند متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۰/۴ (۲) صفر (۳) ۰/۲ (۴) ۰/۸

۵۶) نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون بر روی محور X ها شروع به حرکت می‌کند، به صورت زیر است. سرعت متوسط متحرک در ۸ ثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟

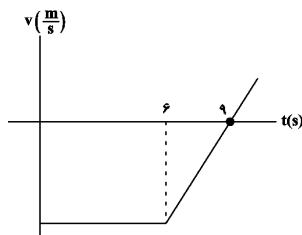


- (۱) ۶
(۲) ۱۰
(۳) ۵
(۴) ۷/۵

۵۷) معادله مکان - زمان متحرکی که در راستای محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 4t^2 + 9 - 12t$ است. بردار مکان این متحرک چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

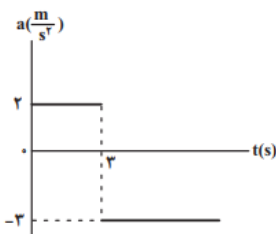
- (۱) ۴ (۲) ۳
(۳) ۱ (۴) صفر

۵۸) نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور X ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۶ ثانیه اول حرکتش ۲۴m را طی کرده باشد، به ترتیب از راست به چپ، سرعت آن در لحظه $t = 10s$ بر حسب متر بر ثانیه و جابه‌جایی آن از $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 12s$ بر حسب متر کدام است؟



- (۱) ۶ و ۴/۳
(۲) ۴/۳ و ۴/۳
(۳) ۶ و ۴
(۴) ۴ و ۴/۳

۵۹) نمودار شتاب - زمان متحرکی که در مبدأ زمان و از حال سکون بر روی مسیری مستقیم شروع به حرکت کرده، مطابق شکل زیر است. چه مدتی پس از شروع حرکت بر حسب ثانیه، سرعت متوسط متحرک صفر خواهد شد؟

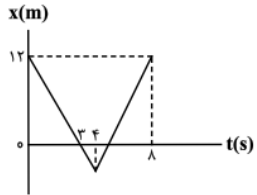


- (۱) $5 + \sqrt{10}$
(۲) ۵
(۳) $\sqrt{10}$
(۴) $10 + \sqrt{10}$

۶۰) در شرایط خلأ، گلوله‌ای از ارتفاع h از سطح زمین و از حال سکون رها می‌شود. اگر مسافت طی شده در ثانیه آخر حرکت گلوله، پنج برابر مسافت طی شده در ثانیه اول حرکت آن باشد، h چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۰ (۲) ۵۰ (۳) ۴۵ (۴) ۸۰

۶۱) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ ، چند متر بر ثانیه است؟



- ۳ (۱)
- ۴ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷/۵ (۴)

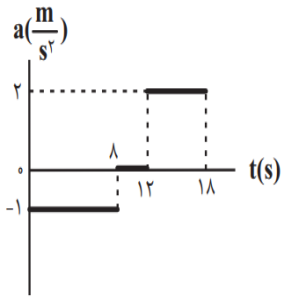
۶۲) سرعت متوسط متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، در بازه‌های زمانی متوالی $2s$ و $3s$ که در آن‌ها جهت حرکت ثابت است، به ترتیب برابر با $v_1 = 3 \frac{m}{s}$ و v_2 می‌باشد. اگر نسبت تندی متوسط متحرک در کل حرکت به بزرگی سرعت متوسط متحرک در کل حرکت برابر با ۳ باشد، اندازه v_2 چند متر بر ثانیه می‌تواند باشد؟

- ۳ (۴)
- ۴ (۳)
- ۲ (۲)
- ۵ (۱)

۶۳) خودرویی به مدت 20 ثانیه در جهت مثبت محور x ها به گونه‌ای حرکت می‌کند که در 12 ثانیه اول حرکت، سرعتش به اندازه $24 \frac{m}{s}$ افزایش و در 8 ثانیه پایانی حرکت، سرعتش به اندازه $20 \frac{m}{s}$ کاهش می‌یابد. بزرگی شتاب متوسط خودرو در کل مسیر چند متر بر مجذور ثانیه است؟

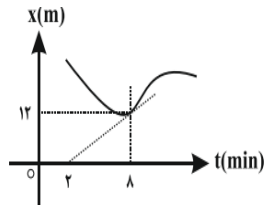
- ۱ (۴)
- 0.2 (۳)
- ۲ (۲)
- $2/2$ (۱)

۶۴) شکل زیر، نمودار شتاب - زمان متحرکی را که از مبدأ مکان و از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. مسافت طی شده توسط متحرک در بازه زمانی $0s$ تا $18s$ چند متر است؟



- ۷۶ (۱)
- ۹۲ (۲)
- ۸۴ (۳)
- ۱۰۴ (۴)

۶۵) شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که خط مماس بر آن در لحظه $t = 8 \text{ min}$ رسم شده است. سرعت متحرک در این لحظه چند متر بر ثانیه است؟



- $\frac{1}{30}$ (۱)
- $\frac{1}{5}$ (۳)
- ۲ (۲)
- $\frac{1}{5}$ (۴)

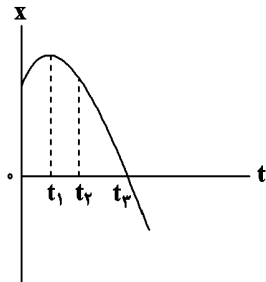
۶۶) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 بیش‌تر از سرعت متوسط آن در بازه زمانی صفر تا t_2 است.

ب) بردار مکان متحرک در لحظه t_1 تغییر جهت می‌دهد.

پ) سرعت متحرک در بازه زمانی صفر تا t_3 همواره در خلاف جهت محور x است.

ت) متحرک در لحظه t_3 تغییر جهت می‌دهد.



۴ (۱)

۳ (۲)

۲ (۳)

۱ (۴)

۶۷) متحرکی در امتداد محور x ها و با شتاب ثابت در حرکت است. اگر در مکان $x = +10m$ سرعت متحرک $+1\frac{m}{s}$ و در مکان $x = +13m$ سرعت متحرک $7/2\frac{km}{h}$ باشد، پس از چه مدتی بر حسب ثانیه، سرعت متحرک از $+1\frac{m}{s}$ به $7/2\frac{km}{h}$ رسیده است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

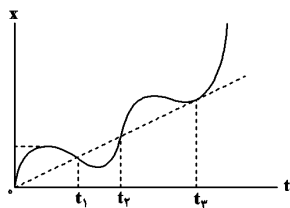
۱ (۱)

۶۸) با توجه به نمودار مکان - زمان زیر، چند مورد صحیح است؟

الف) این متحرک هیچ‌گاه متوقف نشده است.

ب) تندى متحرک در لحظه t_3 برابر تندى متوسط آن در بازه زمانی t_1 تا t_2 است.

پ) در بازه زمانی صفر تا t_3 ، مجموع مسافتی که متحرک در جهت محور x طی کرده از مجموع مسافتی که در خلاف جهت محور x طی کرده است، بیشتر است.



۱ (۲)

۱ صفر

۳ (۴)

۲ (۳)

۶۹) سرعت متحرکی که روی خطی راست در حال حرکت است، در لحظه t در بازه زمانی t_1 تا t_2 برابر با صفر است. چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با حرکت متحرک در بازه زمانی t_1 تا t_2 الزاماً صحیح است؟

الف) جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی t_1 تا t در خلاف جهت جابه‌جایی آن در بازه زمانی t تا t_2 است.

ب) مسافت پیموده شده توسط متحرک بزرگ‌تر از اندازه جابه‌جایی آن است.

پ) جهت بردار مکان متحرک در لحظه t عوض شده است.

ت) متحرک الزاماً از مبدأ مکان عبور می‌کند.

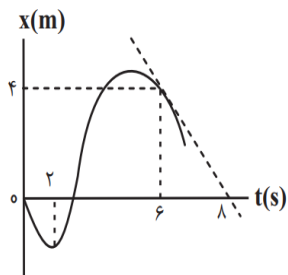
۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۱ صفر

۷۰) نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازه $6s$ تا $15s$ چند برابر شتاب متوسط متحرک در بازه صفر تا 15 ثانیه است؟



- (۱) $\frac{1}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{3}$
 (۳) ۳
 (۴) -۳

۷۱) متحرکی از حالت سکون با شتاب ثابت $4 \frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت کرده و مسیر مستقیم d را طی می‌کند. اگر $\frac{1}{4}d$ از آخر مسیر را در مدت 2 ثانیه طی کند، d چند متر است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۱۸ (۳) ۱۶ (۴) ۹

۷۲) نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که بر روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر در یک دستگاه رسم شده است. کدام گزاره در مورد آن‌ها درست است؟

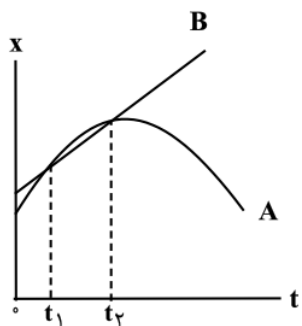
الف) جابه‌جایی دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 برابر است.

ب) مسافت طی شده A در بازه t_1 تا t_2 از مسافت طی شده B بیشتر است.

پ) تندى متوسط دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 برابر است.

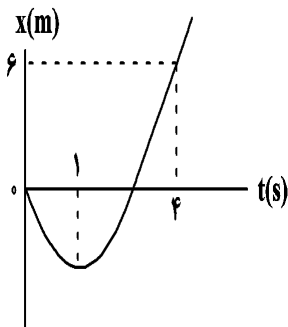
ت) اندازه سرعت متوسط و تندى متوسط دو متحرک در بازه t_1 تا t_2 یکسان است.

ث) اندازه سرعت B در لحظه t_1 از اندازه سرعت متحرک A در این لحظه کمتر است.



- (۱) الف، ب، پ، ث
 (۲) ب، ت، ث
 (۳) الف، پ، ت، ث
 (۴) همه موارد

۷۳) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور x حرکت می‌کند، به صورت شکل زیر است. تندى متوسط متحرک در چهارثانیه اول حرکتش چند متر بر ثانیه است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
 (۲) $\frac{15}{4}$
 (۳) $\frac{15}{8}$
 (۴) $\frac{15}{2}$

۷۴) هنگام سقوط آزاد در شرایط خلأ، اگر اندازه جابه‌جایی جسمی بر حسب متر، در t ثانیه اول سقوط برابر با y_1 و در t ثانیه سوم برابر با y_3 باشد، $|y_3 - y_1|$ کدام است؟

۳ gt^2 (۴)

۲ gt^2 (۳)

$\frac{5}{3}gt^2$ (۲)

$\frac{9}{3}gt^2$ (۱)

۷۵) خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $1 \frac{m}{s^2}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. $8/4$ ثانیه بعد، کامیونی با سرعت ثابت $10 \frac{m}{s}$ از همان محلی که خودرو شروع به حرکت کرده بود، در همان جهت عبور می‌کند. چند ثانیه پس از لحظه‌ای که خودرو شروع به حرکت کرده است، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

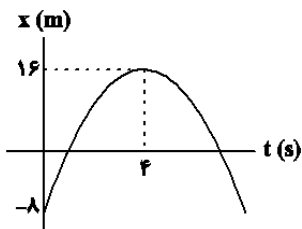
۱۰ (۴)

۲۰ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۷۶) نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی یک خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟



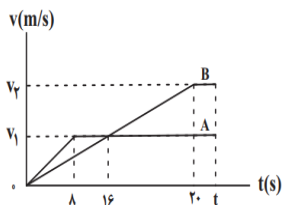
۱۲ (۲)

۸ (۱)

صفر (۴)

۶ (۳)

۷۷) در شکل زیر، نمودار سرعت - زمان دو خودروی A و B که هم‌زمان و از یک نقطه بر روی مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کنند و پس از طی مسافت $240m$ دوباره به هم می‌رسند، نشان داده شده است. در لحظه‌ای که دو خودرو دوباره به هم می‌رسند، اندازه سرعت خودروی A چند متر بر ثانیه است؟



۱۰ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

۱۶ (۴)

۷۸) راننده اتومبیلی که با سرعت v در مسیری مستقیم در حال حرکت است، با شتاب ثابت ترمز می‌کند تا اتومبیل متوقف شود. اگر جابه‌جایی اتومبیل در ثانیه آخر قبل از توقف $3m$ باشد، جابه‌جایی آن در دو ثانیه آخر قبل از توقف چند متر است؟

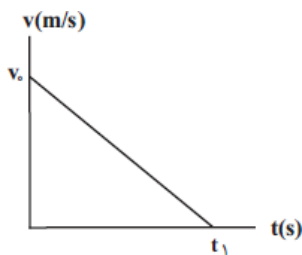
۳ (۴)

۹ (۳)

۱۲ (۲)

۶ (۱)

۷۹) نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر اندازه جابه‌جایی این متحرک در دو ثانیه اول و دو ثانیه آخر حرکت به ترتیب برابر با $54m$ و $6m$ باشد، t_1 چند ثانیه است؟



۶ (۱)

۸ (۲)

۱۰ (۳)

۱۲ (۴)

۸۰) در شرایط خلأ، گلوله‌ای به جرم $40g$ را از ارتفاع معینی از سطح زمین رها می‌کنیم. اگر انرژی جنبشی گلوله، 2 ثانیه قبل از برخورد به زمین $32J$ باشد، اندازه جابه‌جایی گلوله در سه ثانیه آخر حرکتش چند متر است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

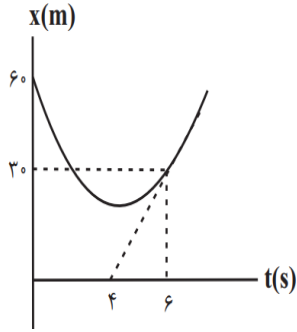
۱۵۰ (۴)

۱۶۵ (۳)

۱۳۵ (۲)

۱۰۵ (۱)

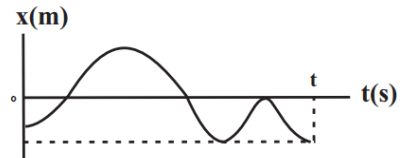
۸۱) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی اولیه متحرک چند متر بر ثانیه است؟



- ۵ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۲۵ (۳)
- ۵ (۴)

۸۲) با توجه به نمودار مکان- زمان زیر، در مدت t ، چه تعداد از عبارت‌های زیر برای این حرکت صحیح است؟

- (الف) سرعت متوسط متحرک در کل مدت زمان حرکت منفی است.
- (ب) شتاب متوسط متحرک در کل مدت زمان حرکت مثبت است.
- (پ) بعد از شروع حرکت، متحرک سه بار از مبدأ حرکت عبور می‌کند.
- (ت) متحرک مجموعاً سه بار از مبدأ مکان عبور کرده است.



- ۴ (۴)
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)

۸۳) شخصی وسط اتوبان، خودرویی را در فاصله ۱۹ متری خود می‌بیند که به سمت او می‌آید. اگر اندازه سرعت خودرو $72 \frac{km}{h}$ باشد و به محض دیدن شخص، راننده خودرو با اندازه شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ در یک مسیر مستقیم متوقف شود، شخص حداکثر چند ثانیه زمان دارد تا خود را از جلوی خودرو دور کند؟

- ۰/۷۵ (۴)
- ۱ (۳)
- ۰/۵ (۲)
- ۰/۲۵ (۱)

۸۴) قطاری به طول ۶۰ متر از داخل تونلی به طول ۳۰ متر با اندازه شتاب ثابت $5 \frac{m}{s^2}$ و به صورت کندشونده عبور می‌کند و سرعتش پس از خروج کامل از تونل به $40 \frac{m}{s}$ می‌رسد. از لحظه ورود قطار به تونل تا لحظه‌ای که به طور کامل از آن خارج می‌شود، چند ثانیه است؟

- ۲ (۴)
- ۴ (۳)
- ۱ (۲)
- ۳ (۱)

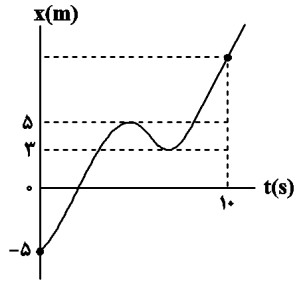
۸۵) دو متحرک A و B با تندی‌های ثابت و متفاوت روی محور xها و در یک جهت در حال حرکت هستند. اگر در لحظه t_1 ، متحرک A، ۹m جلوتر از متحرک B و ۲ ثانیه پس از آن، متحرک A، ۶m جلوتر از متحرک B باشد، چند ثانیه پس از لحظه t_1 فاصله دو متحرک از یکدیگر $18m$ می‌شود؟

- ۲۴ (۴)
- ۱۸ (۳)
- ۲۰ (۲)
- ۱۲ (۱)

۸۶) متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و بردار سرعت اولیه آن خلاف جهت محور x است، اگر جابه‌جایی متحرک در ۴ ثانیه اول حرکت صفر باشد، نسبت مسافت طی شده به اندازه به جایی متحرک در بازه زمانی ۱s تا ۴s چقدر است؟

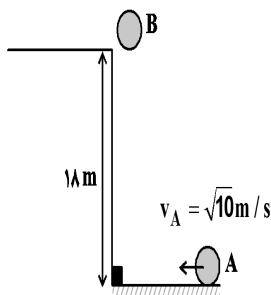
- $\frac{3}{5}$ (۱)
- $\frac{16}{15}$ (۴)
- $\frac{15}{16}$ (۳)
- $\frac{5}{4}$ (۲)

۸۷) نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در ده ثانیه اول حرکت، تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه بیشتر از اندازه سرعت متوسط آن است؟



- (۱) $1/4$
 (۲) $0/5$
 (۳) $0/4$
 (۴) $1/5$

۸۸) مطابق شکل زیر، گلوله B از ارتفاع ۱۸ متری و در شرایط خلأ از حال سکون رها می‌شود و هم‌زمان گلوله A با تندی اولیه $\sqrt{10} \frac{m}{s}$ روی سطح افقی پرتاب می‌شود. فاصله اولیه گلوله A تا پای ساختمان چند متر باشد تا دو گلوله هم‌زمان در پای ساختمان به هم برخورد کنند؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$ و سطح افقی بدون اصطکاک است.)



- (۱) ۶
 (۲) ۱۰
 (۳) ۸
 (۴) ۱۲

۸۹) اتوبوسی با تندی ثابت $20 \frac{m}{s}$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. در لحظه‌ای که ابتدای اتوبوس به فاصله ۸۴ متری ورودی ایستگاه می‌رسد، با شتاب ثابت $2 \frac{m}{s^2}$ ترمز می‌گیرد. اگر اندازه اختلاف تندی ابتدا و انتهای اتوبوس هنگام عبور از ورودی ایستگاه برابر با $6 \frac{m}{s}$ باشد، طول اتوبوس چند متر است؟

- (۱) $7/5$ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۱۶

۹۰) دو متحرک A و B هم‌زمان از یک نقطه و از حال سکون به ترتیب با شتاب‌های ثابت a و $\frac{1}{4}a$ بر روی مسیری مستقیم به سوی مقصدی یکسان شروع به حرکت می‌کنند. اگر متحرک A، ۱۵ ثانیه زودتر به مقصد برسد، نسبت سرعت متوسط متحرک A به سرعت متوسط متحرک B در کل حرکت کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) ۴ (۴) $\frac{1}{4}$

گزینه درست: ۲

سوال ۱

گزینه «۲»

متحرک از یک مکان مثبت (رد گزینه‌های «۱» و «۳») و در خلاف جهت محور x (رد گزینه «۴») شروع به حرکت کرده است و دو بار در مکان‌های A و B تغییر جهت داده و نهایتاً در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند. با این توضیحات، نمودار مکان - زمان رسم شده در گزینه «۲» پاسخ صحیح این سوال است.

سوال ۲

گزینه درست: ۲

گزینه «۲»

در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v + v_0}{2} \Delta t \Rightarrow 40 = \frac{0 + v_0}{2} \times 8$$

$$\Rightarrow v_0 = 10 \frac{m}{s}$$

سوال ۳

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

وقتی متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، علامت سرعت آن منفی است. از طرفی شیب نمودار مکان - زمان در هر لحظه بیانگر سرعت متحرک در آن لحظه است. با توجه به نمودار، شیب نمودار و در نتیجه سرعت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا $3s$ و نیز $8s$ تا $10s$ منفی است. به عبارتی متحرک $3 + 2 = 5s$ در خلاف جهت محور x حرکت کرده است.

همچنین در بازه زمانی که $x > 0$ است بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است. با توجه به نمودار در بازه زمانی $6s$ تا $14s$ بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x ها است. بنابراین نسبت خواسته شده در صورت سؤال برابر است با: $\frac{5}{6}$

سوال ۴

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

با استفاده از تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{200 + 300}{200} = 2/5 \frac{m}{s}$$

این عدد (تندی متوسط) یعنی این شخص در هر ثانیه، $2/5m$ از طول مسیر حرکت خود را طی کرده است.

سوال ۵

گزینه درست: ۱

گزینه «۱»

هرگاه شیب نمودار مکان - زمان منفی باشد، جهت حرکت متحرک در جهت منفی محور x هاست. بنابراین در بازه زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 14s$ متحرک در خلاف جهت محور x ها حرکت می‌کند. از طرفی متحرک در لحظه $t = 4s$ از مبدأ حرکت اش عبور می‌کند، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{(\Delta t)_2}{(\Delta t)_1} = \frac{14 - 2}{4 - 0} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

گزینه «۱»

چون نمودار مکان - زمان یک سهمی است، پس حرکت جسم با شتاب ثابت انجام می‌شود که معادله آن به صورت $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ می‌باشد. در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 5s$ متحرک در مکان‌های $x_1 = 3m$ و $x_2 = -15m$ است. بنابراین:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{t_1=2s} 3 &= \frac{1}{2}a(2)^2 + v_0(2) + x_0 \\ \Rightarrow 2a + 2v_0 + x_0 &= 3 \quad (I) \\ \xrightarrow{t_2=5s} -15 &= \frac{1}{2}a(5)^2 + v_0(5) + x_0 \\ \Rightarrow 12.5a + 5v_0 + x_0 &= -15 \quad (II) \end{aligned}$$

در ضمن در لحظه $t_1 = 2s$ سرعت متحرک صفر می‌شود، پس:

$$v = at + v_0 \xrightarrow[t_1=2s]{v_1=0} 2a + v_0 = 0 \quad (III)$$

با حل هم‌زمان سه معادله خواهیم داشت:

$$a = -4 \frac{m}{s^2} \quad v_0 = 8 \frac{m}{s} \quad x_0 = -5m$$

گزینه «۳»

بررسی گزینه‌ها:

(۱) نادرست: فقط در لحظه t_1 جهت بردار مکان عوض می‌شود.

(۲) نادرست: در لحظه‌های t_2 و t_3 جهت حرکت عوض می‌شود.

(۳) صحیح: شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر با سرعت متحرک است. در لحظه t_3 شیب مماس برابر صفر است، پس $v_3 = 0$ و در لحظه t_1 شیب مثبت است، پس $v_1 > 0$. برای محاسبه شتاب متوسط داریم:

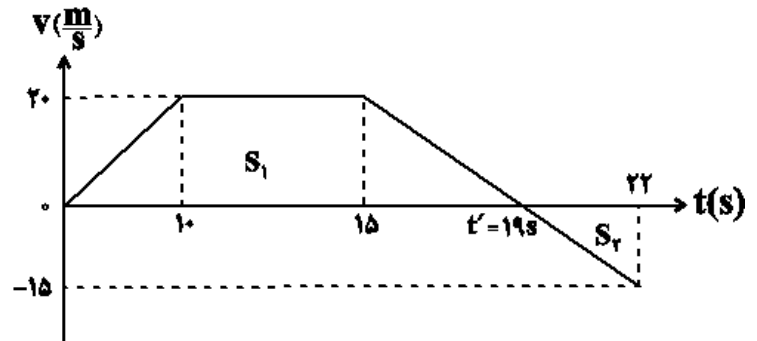
$$a_{av} = \frac{v_3 - v_1}{\Delta t} = \frac{0 - v_1}{\Delta t} < 0$$

(۴) نادرست: در لحظه صفر، $x_0 < 0$ و در لحظه t_2 ، $x_2 > 0$ است. بنابراین برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{x_2 - x_0}{\Delta t} \neq 0$$

زمانی که نمودار سرعت - زمان به محور زمان نزدیک می‌شود، حرکت کندشونده است. بنابراین ابتدا باید زمانی را که سرعت متحرک بین دو لحظه $t = ۱۵s$ و $t = ۲۲s$ صفر می‌شود، محاسبه کنیم. با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{۲۰}{t-۱۵} = \frac{۱۵}{۲۲-t} \Rightarrow t' = ۱۹s$$



حال تندی متوسط را در بازه $۱۵s$ تا $۱۹s$ می‌یابیم. چون شتاب ثابت و متحرک تغییر جهت نداده است، این مقدار دقیقاً برابر با میانگین سرعت‌ها در لحظه‌های $t = ۱۵s$ و $t' = ۱۹s$ است.

$$v_{av} = s_{av} = \frac{v_{15} + v_{19}}{۲} = \frac{۲۰ + ۰}{۲} = ۱۰ \frac{m}{s}$$

برای محاسبه جابه‌جایی نیز داریم:

$$\Delta x = S_1 - S_2 = \frac{(۱۹+۱۵) \times ۲۰}{۲} - \frac{۳ \times ۱۵}{۲}$$

$$\Rightarrow \Delta x = ۲۴۰ - ۲۲/۵ = ۲۱۷/۵m$$

معادله حرکت متحرک به صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت متحرک ثابت است و با سایه معادله داده شده با معادله حرکت با شتاب ثابت در سری مستقیم، معادله سرعت - زمان متحرک در می‌یابیم:

$$\begin{cases} x = t^2 - 4t + 3 \\ x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4 \frac{m}{s} \\ x_0 = 3m \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4 \xrightarrow{v=0} 2t - 4 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

می‌دانیم مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان بیانگر جابه‌جایی متحرک است. چون تندی متوسط مورد سؤال است، داریم:

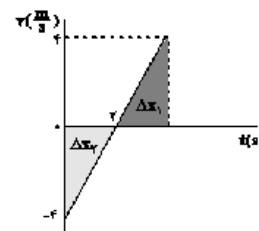
$$|\Delta x_1| = \frac{v \times t}{2} = 4m$$

$$\Delta x_2 = \frac{v \times t}{2} = 4m$$

بنابراین

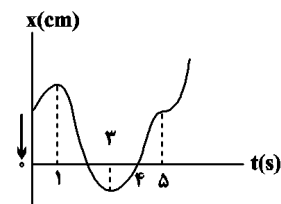
$$S_{av} = \frac{\ell}{t} = \frac{|\Delta x_1| + \Delta x_2}{t}$$

$$= \frac{4+4}{2} = 2 \frac{m}{s}$$



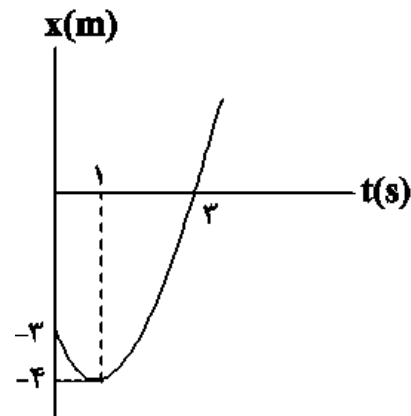
شرط تغییر جهت حرکت متحرک این است که باید اندازه سرعت صفر شده و علامت آن نیز عوض شود.

شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر لحظه برابر است با سرعت لحظه‌ای. در لحظه‌های $t = 1s$ و $t = 3s$ هم شیب صفر شده یعنی اندازه سرعت صفر شده و هم علامت آن عوض شده یعنی متحرک تغییر جهت داده است. اما در لحظه $t = 5s$ شیب صفر شده، اما متحرک تغییر جهت نداده است بنابراین متحرک ۲ بار تغییر جهت و ۳ بار متوقف شده است. همچنین طبق نمودار بردار جابه‌جایی در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 4s$ در خلاف جهت محور X است.



ابتدا نمودار مکان - زمان متحرک را رسم می‌کنیم: $x = t^2 - 2t - 3$

$$\Rightarrow (t - 3)(t + 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -1s \\ t = 3s \end{cases} \text{ برای رسم نمودار داریم:}$$



بنابراین در بازه زمانی صفر تا ۳s متحرک در قسمت منحنی محورهایها در حال حرکت است. لذا داریم: $v_{av} = \frac{x_f - x_o}{t_f - t_o} = \frac{0 - (-4)}{3 - 0} \Rightarrow v_{av} = 1 \frac{m}{s}$

با توجه به این‌که متحرک در دو مرحله، کل مسیر حرکت را پیموده است، با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\overbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{4}{5}d \\ \hline v_{av1} = v \end{array} \right]}^{\frac{4}{5}d} \quad \overbrace{\left[\begin{array}{c} \frac{1}{5}d \\ \hline v_{av2} = \frac{1}{4}v \end{array} \right]}^{\frac{1}{5}d}$$

$$\begin{cases} \Delta x_1 = \frac{4}{5}d \\ \Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_{av1}} = \frac{4d}{v} \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x_2 = \frac{1}{5}d \\ \Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_{av2}} = \frac{4d}{v} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\frac{4}{5}d + \frac{1}{5}d}{\frac{4d}{v} + \frac{4d}{v}} = \frac{1}{1} \frac{d}{d} \Rightarrow v_{av} = \frac{1}{2}v$$

گزینه درست: ۲

سوال ۱۳

گزینه «۲»

مکان اولیه، فاصله متحرک در $t = 0$ از مبدأ مکان می‌باشد (یا مکان متحرک در لحظه $t = 0$). برای محاسبه مکان اولیه داریم:

$$x = ۲t^۲ - ۴t + ۲ \xrightarrow{t=0} x = ۲m$$

حال می‌بینیم که در چه لحظه‌ای متحرک از این مکان عبور می‌کند:

$$x = ۲t^۲ - ۴t + ۲ \xrightarrow{x=۲m} ۲ = ۲t_1^۲ - ۴t_1 + ۲ \Rightarrow t_1 = ۲s$$

در لحظه $t_۲$ متحرک از مبدأ مکان ($x = 0$) عبور می‌کند. پس:

$$x = ۲t^۲ - ۴t + ۲ \xrightarrow{x=0} 0 = ۲t_۲^۲ - ۴t_۲ + ۲ \Rightarrow t_۲ = 1s$$

$$\frac{t_۲}{t_1} = \frac{1}{۲} \quad \text{بنابراین داریم:}$$

گزینه درست: ۴

سوال ۱۴

گزینه «۴»

روش اول: متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، در زمان‌های متوالی t ، مسافت‌هایی طی می‌کند که تشکیل یک دنباله با قدرنسبت $at^۲$ می‌دهد.

$$x_1 = ۸۰m, \quad x_۳ = ۱۲۰m$$

$$x_۲ = \frac{x_1 + x_۳}{۲} = \frac{۸۰ + ۱۲۰}{۲} = ۱۰۰m$$

پس در ۸ ثانیه اول به اندازه $x_1 + x_۲ = ۱۰۰ + ۸۰ = ۱۸۰m$ جابه‌جا می‌شود.

$$\text{روش دوم:} \quad x = \frac{1}{۲}at^۲ + v_0t$$

$$\Delta x = x_۴ - x_0 \Rightarrow ۸۰ = \frac{1}{۲}a \times ۴^۲ + v_0 \times ۴ \Rightarrow ۲a + v_0 = ۲a \quad (*)$$

$$\Delta x' = x_{۱۲} - x_۸$$

$$\Rightarrow ۱۲۰ = \left(\frac{1}{۲}a \times ۱۲^۲ + v_0 \times ۱۲\right) - \left(\frac{1}{۲}a \times ۸^۲ + v_0 \times ۸\right)$$

$$\Rightarrow ۱۰a + v_0 = ۳۰ \quad (**)$$

از حل دو معادله (*) و (**) در یک دستگاه، داریم:

$$\begin{cases} ۲a + v_0 = ۲۰ \\ ۱۰a + v_0 = ۳۰ \end{cases} \Rightarrow ۸a = ۱۰ \Rightarrow a = \frac{۵}{۴} \frac{m}{s^2}, v_0 = ۱۷/۵ \frac{m}{s}$$

بنابراین در ۸ ثانیه اول، جابه‌جایی برابر است با:

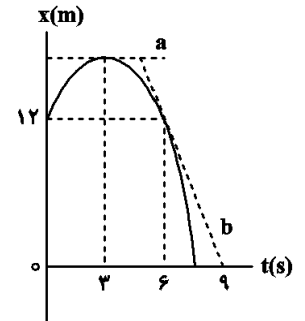
$$x_۸ - x_0 = \left(\frac{1}{۲} \times \frac{۵}{۴} \times ۸^۲ + ۱۷/۵ \times ۸\right) - 0 = ۱۸۰m$$

برای پاسخ دادن به این سوال لازم است بدانیم:

(۱) ۳ ثانیه دوم یعنی، بازه زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 6s$

(۲) شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است.

بنابراین، ابتدا سرعت متحرک در لحظه‌های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 6s$ را می‌یابیم. مطابق شکل زیر در لحظه $t_1 = 3s$ ، شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر صفر است، لذا $v_3 = 0$ می‌باشد. برای لحظه $t_2 = 6s$ سرعت متحرک برابر است با:



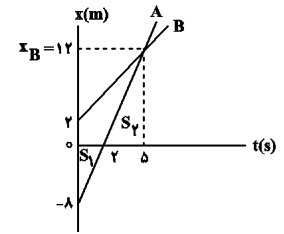
$$v_{3s} = a \text{ شیب خط } = 0 \Rightarrow v_3 = 0$$

$$v_{6s} = b \text{ شیب خط } = \frac{0-12}{9-6} \Rightarrow v_{6s} = -\frac{4}{3} \frac{m}{s}$$

با داشتن v_{6s} و v_{3s} ، شتاب متوسط را به صورت زیر می‌یابیم:

$$a_{av} = \frac{v_{6s} - v_{3s}}{\Delta t} = \frac{-\frac{4}{3} - 0}{6-3} \Rightarrow a_{av} = -\frac{4}{9} \frac{m}{s^2}$$

روش اول: با توجه به نمودار مکان- زمان داده شده، متحرک A در لحظه $t = ۲s$ از مبدأ مکان می‌گذرد. بنابراین کافی است معادله مکان- زمان متحرک B را بیابیم و در معادله به جای t مقدار آن یعنی $۲s$ را قرار دهیم. به همین منظور از تشابه مثلث‌های S_1 و S_2 استفاده می‌کنیم:



$$\frac{x_B}{\Delta t_B} = \frac{v}{v} \Rightarrow x_B = 12m$$

سرعت متحرک B برابر شیب خط B می‌باشد که برابر است با:

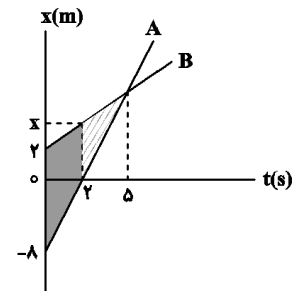
$$v_B = \frac{\Delta x_B}{\Delta t_B} = \frac{12-2}{2-0} = 5 \frac{m}{s}$$

در آخر با استفاده از معادله مکان- زمان در حرکت با سرعت ثابت داریم:

$$x_B = v_B t + x_{0B} \xrightarrow[x_{0B} = 2m]{x_{0B} = 2m} x_B = 5t + 2$$

$$\xrightarrow[t = 2s]{} x_B = (5 \times 2) + 2 = 12m$$

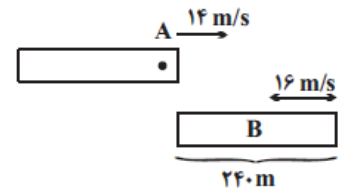
روش دوم: با استفاده از تشابه دو مثلث هاشورخورده داریم:



$$\frac{x}{10} = \frac{2}{2} \Rightarrow x = 10m$$

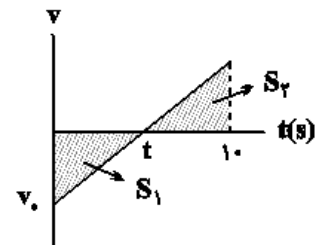
با توجه به اینکه در این مسئله تأکید شده است که شخص در یک نقطه ثابت در حال دویدن است، پس جابه‌جایی شخص صفر می‌باشد و با توجه به رابطه $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط شخص نیز صفر خواهد بود.

از لحظه‌ای که ابتدای دو قطار در کنار هم قرار می‌گیرد تا لحظه‌ای که انتهای قطار B به ابتدای قطار A می‌رسد، لوکوموتیوران قطار A ، قطار B را در کنار خود می‌بیند بنابراین مجموع اندازه جابه‌جایی‌های قطارهای A و B باید برابر با طول قطار B شود. داریم:



$$|\Delta x_A| + |\Delta x_B| = 240 \Rightarrow 14t + 16t = 240 \Rightarrow t = 8s$$

با توجه به اینکه مسافت طی شده از بزرگی جابه‌جایی بیشتر است، پس متحرک در این بازه زمانی تغییر جهت می‌دهد. نمودار سرعت - زمان متحرک با توجه به اینکه سرعت اولیه آن منفی و شتاب مثبت است، مطابق شکل زیر خواهد بود.



می‌دانیم در نمودار سرعت-زمان، مساحت زیر نمودار برابر با جابه‌جایی است، پس داریم:

$$-S_1 + S_2 = -20$$

از طرفی مسافت طی شده برابر است با:

$$S_1 + S_2 = 52$$

بنابراین:

$$\Rightarrow \begin{cases} S_2 = 16m \\ S_1 = 36m \end{cases}$$

از طرفی داریم:

$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{t}{10-t}\right)^2 \Rightarrow \frac{36}{16} = \left(\frac{t}{10-t}\right)^2 \Rightarrow \frac{3}{2} = \frac{t}{10-t} \Rightarrow t = 6s$$

$$S_1 = \frac{|v_0|t}{2} \Rightarrow 36 = \frac{|v_0| \times 6}{2} \Rightarrow |v_0| = 12 \frac{m}{s}$$

شیب خط مماس بر نمودار $(x - t)$ معرف سرعت است. بنابراین با استفاده از معادله سرعت - زمان این متحرک داریم:

$$v = -2t + 16 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0 \rightarrow v_0 = -2 \times (0) + 16 \Rightarrow v_0 = 16 \frac{m}{s} \\ t_2 = 6s \rightarrow v_6 = -2 \times (6) + 16 \Rightarrow v_6 = 4 \frac{m}{s} \end{cases}$$

حال با توجه به تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} = \frac{v_0 + v_f}{2} \Rightarrow \frac{x_f - 0}{6 - 0} = \frac{16 + 4}{2} \Rightarrow x_f = 68m$$

گلوله اول ۳ ثانیه پیش‌تر از گلوله دوم در حرکت است. داریم:

$$y_1 = \frac{1}{2}g(t+3)^2 = 5(t+3)^2 \Rightarrow y_1 = 5t^2 + 30t + 45$$

$$y_2 = \frac{1}{2}gt^2 = 5t^2$$

$$y_1 - y_2 = 165m$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} 5t^2 + 30t + 45 - 5t^2 = 165 \Rightarrow t = 4s$$

گزینه «۴»

مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت متحرک است. سرعت متحرک را در لحظه $t = ۴s$ به دست می آوریم:

$$S = \Delta v \xrightarrow{S = ۲ \times ۴ = ۸ \frac{m}{s^2}, v_0 = -10 \frac{m}{s}}$$

$$v_{(t=۴s)} = \Delta v + v_0 = ۸ - 10 = -۲ \frac{m}{s}$$

اکنون سرعت متحرک را در لحظه $t = 10s$ به دست می آوریم:

$$S' = \Delta v' \xrightarrow{v_{(t=۴s)} = -۲ \frac{m}{s}} \\ S' = -۴ \times ۶ = -۲۴ \frac{m}{s^2}}$$

$$v_{(t=10s)} = \Delta v' + v_{(t=۴s)} = -۲۴ - ۲ = -۲۶ \frac{m}{s}$$

با استفاده از رابطه سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\frac{v_0 + v_{(t=۴s)}}{۲} = \frac{\Delta x_1}{\Delta t_1} \xrightarrow{v_0 = -10 \frac{m}{s}, v_{(t=۴s)} = -۲ \frac{m}{s}} \\ \Delta t_1 = ۴s}$$

$$\frac{-10 - ۲}{۲} = \frac{\Delta x_1}{۴} \Rightarrow \Delta x_1 = -۲۴m$$

$$\frac{v_{(t=۴s)} + v_{(t=10s)}}{۲} = \frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲} \xrightarrow{v_{(t=۴s)} = -۲ \frac{m}{s}, v_{(t=10s)} = -۲۶ \frac{m}{s}} \\ \Delta t_۲ = 10 - ۴ = ۶s}$$

$$\frac{-۲ - ۲۶}{۲} = \frac{\Delta x_۲}{۶} \Rightarrow \Delta x_۲ = -۸۴m$$

اکنون با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_۲}{\Delta t_1 + \Delta t_۲} \xrightarrow{\Delta x_1 = -۲۴m, \Delta x_۲ = -۸۴m} \\ \Delta t_1 = ۴s, \Delta t_۲ = ۶s}$$

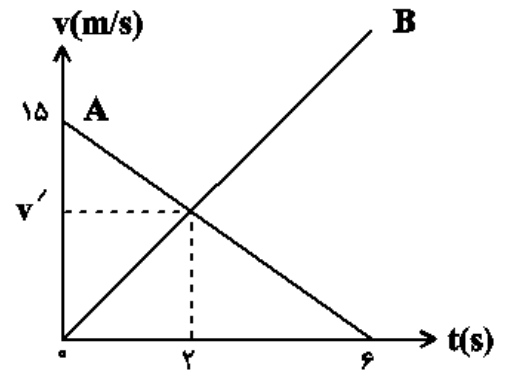
$$v_{av} = -\frac{108}{10} = -10.8 \frac{m}{s}$$

متحرک A در لحظه $t = ۶s$ می‌ایستد و جابه‌جایی آن تا این لحظه (با استفاده از مساحت زیر منحنی) برابر خواهد بود با:

$$\Delta x_A = \frac{۱۵ \times ۶}{۲} = ۴۵m$$

در لحظه $t = ۲s$ ، سرعت دو متحرک با هم برابر است. با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{۱۵-۰}{۶} = \frac{۱۵-v'}{۲} \Rightarrow v' = ۱۰ \frac{m}{s}$$



شتاب حرکت متحرک B برابر است با:

$$a_B = \frac{v'-0}{۲-0} = \frac{۱۰-0}{۲-0} = ۵ \frac{m}{s^2}$$

برای محاسبه جابه‌جایی متحرک B، معادله مکان-زمان آن را می‌نویسیم:

$$x_B = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow x_B = \frac{1}{2} \times ۵ t^2 \Rightarrow x_B = ۲/۵ t^2$$

$$\Rightarrow ۲۰۵ + ۴۵ = ۲/۵ t^2 \Rightarrow t^2 = ۱۰۰ \Rightarrow t = ۱۰s$$

دقت کنید دو متحرک تا لحظه $t = ۶s$ به هم نمی‌رسند و چون متحرک A پس از این لحظه حرکتی ندارد، پس متحرک B باید $۲۰۵ + ۴۵ = ۲۵۰m$ حرکت کند تا به محل متحرک A برسد.

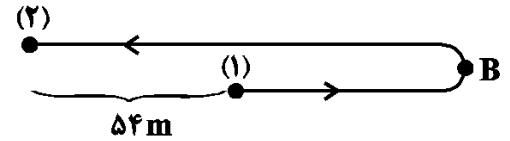
به کمک رابطه مربوط به تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow ۲ = \frac{(۱۵-۰)+(۱۵-x_*)}{۱۰} \Rightarrow x_* = ۱۰m$$

در لحظه $t = ۳s$ ، بزرگی بردار مکان متحرک در ۱۰ ثانیه اول حرکت، به بیش‌ترین مقدار خود می‌رسد. بنابراین:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۵-x_*}{۳-۰} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{۵}{۳} \frac{m}{s}$$

اگر فرض کنیم متحرک در ابتدا در جهت مثبت محور x حرکت می‌کند، مسیر حرکت آن به صورت زیر خواهد بود. داریم:



با استفاده از رابطه سرعت - جابه‌جایی، داریم:

$$v_B^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{v_B^2 - v_1^2}{v_B^2 - v_1^2} = \frac{\Delta x}{\Delta x'}$$

$$\Rightarrow \frac{(-24)^2 - 12^2}{0^2 - 12^2} = \frac{-54}{\Delta x'} \Rightarrow -3 = \frac{-54}{\Delta x'} \Rightarrow \Delta x' = 18m$$

دقت کنید اگر در ابتدا فرض می‌کردیم متحرک در جهت منفی محور x حرکت می‌کرد، در نتیجه نهایی تغییری رخ نمی‌داد.

چون دو نمودار در لحظه t' مماس بر یکدیگرند، پس سرعت آن‌ها در این لحظه با یکدیگر برابر است. با توجه به رابطه سرعت متوسط و شتاب متوسط، سرعت متحرک A را در لحظه t' به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = 1 - (-1) = 2m, \Delta t = t', v_{av} = \frac{2}{t'}} \frac{2}{t'} = \frac{12}{t'} \Rightarrow t' = 1s$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta v = v_{t'} - v_0, a_{av} = \frac{m}{s^2}, v_0 = -1 \frac{m}{s}, t' = 1s} \frac{v_{t'} + 1}{1} = \frac{v_{t'} + 1}{1} \Rightarrow v_{t'} = 12 \frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطه مکان - زمان در حرکت یکنواخت، مکان اولیه متحرک B را به دست می‌آوریم:

$$x_B = v_B t' + x_{0,B} \Rightarrow 1 = 12 \times 1 + x_{0,B} \Rightarrow x_{0,B} = -11m$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_{0,A} - x_{0,B} = 14m$$

با استفاده از معادله سرعت - جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\begin{cases} AB: v_B^2 - v_A^2 = 2a(\overrightarrow{AB}) \\ AC: v_C^2 - v_A^2 = 2a(\overrightarrow{AC}) \end{cases} \Rightarrow \frac{v_B^2 - v_A^2}{v_C^2 - v_A^2} = \frac{\overrightarrow{AB}}{\overrightarrow{AC}}$$

$$\Rightarrow \frac{v^2 - 11}{0 - 11} = \frac{4}{9} \Rightarrow 9v^2 - 9 \times 11 = -4 \times 11$$

$$\Rightarrow 9v^2 = 5 \times 11 \Rightarrow v = 3\sqrt{5} \frac{m}{s}$$



چون علامت سرعت متحرک عوض شده است، بنابراین حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است و در نتیجه متحرک تغییر جهت داده است. در نتیجه مسافت طی شده توسط متحرک از جابه‌جایی آن بیش‌تر است.

$$v_A = -36 \frac{km}{h} = -10 \frac{m}{s}$$

$$v_B = 0$$

$$v_C = 72 \frac{km}{h} = 20 \frac{m}{s}$$

شتاب حرکت متحرک برابر است با:

$$v_C = at + v_A \Rightarrow 20 = a \times 60 + (-10) \Rightarrow a = 0.5 \frac{m}{s^2}$$

حال مسافت‌های AB و BC را محاسبه می‌کنیم:

$$AB: v_B^2 = v_A^2 + 2a\Delta x_{AB} \Rightarrow 0 = (-10)^2 + 2 \times 0.5 \times \Delta x_{AB}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{AB} = -100m \Rightarrow |\Delta x_{AB}| = 100m$$

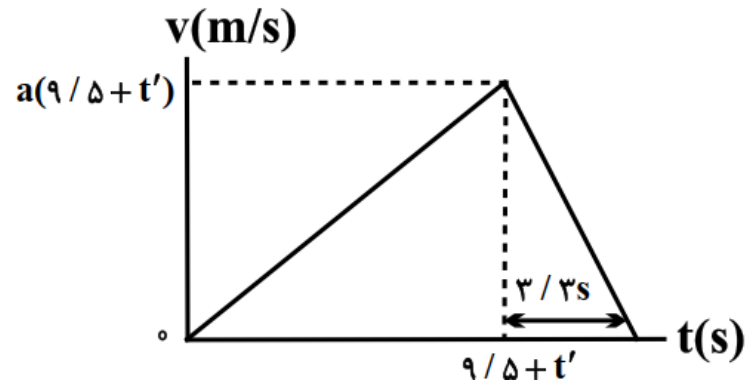
$$BC: v_C^2 = v_B^2 + 2a\Delta x_{BC} \Rightarrow 20^2 = 0 + 2 \times 0.5 \times \Delta x_{BC}$$

$$\Rightarrow \Delta x_{BC} = 400m$$

بنابراین:

$$\ell = |\Delta x_{AB}| + \Delta x_{BC} = 100 + 400 = 500m$$

اگر فرض کنیم مدت زمان تأخیر راننده t' باشد، متحرک طی مدت $(\frac{9}{5} + t')$ ثانیه از حال سکون و با شتاب a حرکت می‌کند و سپس راننده ترمز می‌گیرد و اتومبیل طی مدت $\frac{3}{3}$ با اندازه شتاب $3a$ متوقف می‌شود. نمودار سرعت - زمان این حرکت برابر است با:

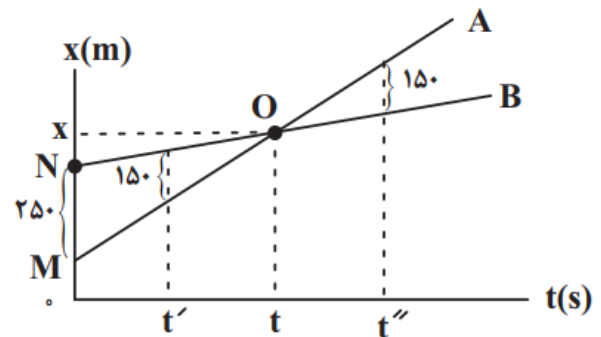


با استفاده از تعریف شتاب در قسمتی که نوع حرکت کندشونده است، داریم:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow -3a = \frac{0 - a(9/5 + t')}{3/3}$$

$$\Rightarrow 9/9 = 9/5 + t' \Rightarrow t' = 0/4s$$

با توجه به شکل در مثلث OMN با استفاده از تشابه مثلث‌ها می‌توان نوشت:



$$\frac{t-t'}{t} = \frac{150}{250} \xrightarrow{t-t'=17s} t = 20s$$

حال می‌توان برای تندی دو متحرک از t تا نوشت:

$$\left. \begin{aligned} v_A &= \frac{x - x_{oA}}{t} = \frac{x - x_{oA}}{20} \\ v_B &= \frac{x - x_{oB}}{t} = \frac{x - x_{oB}}{20} \end{aligned} \right\} \Rightarrow v_A - v_B = \frac{x - x_{oA} - x + x_{oB}}{20}$$

$$\xrightarrow{v_A = 3v_B} 3v_B - v_B = \frac{x_{oB} - x_{oA}}{20}$$

$$\Rightarrow 2v_B = \frac{250}{20} \Rightarrow v_B = \frac{250}{40} = \frac{25}{4} \frac{m}{s} \Rightarrow v_A = \frac{75}{4} \frac{m}{s}$$

گزینه درست: ۱

سوال ۳۱

گزینه «۱»

زمانی که متحرک پس از شروع حرکت به نقاط A و B می‌رسد را محاسبه و به ترتیب t و s (t+6) در نظر می‌گیریم. داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow[v_0=0, x_0=0]{a=3m/s^2} x = \frac{3}{2}t^2$$

$$x_B - x_A = \frac{3}{2}(t+6)^2 - \frac{3}{2}t^2$$

$$\xrightarrow{x_B - x_A = 90m} 90 = \frac{3}{2} \times 12 \times (t+3) \Rightarrow t = 2s$$

بنابراین فاصله OA برابر است با:

$$x_A = \frac{1}{2}at^2 \xrightarrow{t=2s} x_A = \frac{1}{2} \times 3 \times 2^2 = 6m$$

گزینه درست: ۱

سوال ۳۲

گزینه «۱»

ابتدا جابه‌جایی هر کدام از متحرک‌ها را در مدت زمان $15 \text{ min} = \frac{1}{4}h$ محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x_1 = v_1 \Delta t = 100 \times \frac{1}{4} = 25 \text{ km}$$

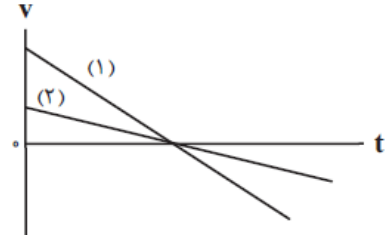
$$\Delta x_2 = v_2 \Delta t = 40 \times \frac{1}{4} = 10 \text{ km}$$

وقتی دو متحرک برای دومین بار به فاصله 5km از هم می‌رسند یعنی در مدت زمان 15 min به هم رسیده‌اند و به اندازه 5km هم از هم دور شده‌اند. با توجه به اینکه در مدت زمان 15 min دو متحرک 35km را طی کرده‌اند، یعنی فاصله اولیه دو متحرک (فاصله دو شهر A و B) از هم 30km بوده است. مدت زمانی که طول می‌کشد که متحرک 1 فاصله 30km بین دو شهر را طی کند از رابطه $\Delta x = v\Delta t$ به دست می‌آید:

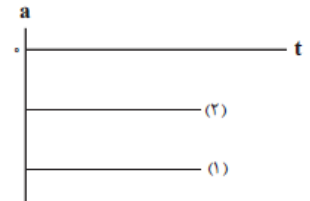
$$\Delta x = v_1 \Delta t \xrightarrow[v_1 = 100 \frac{km}{h}]{\Delta x = 30km} 30 = 100 \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta t = \frac{3}{10}h = 18 \text{ min}$$

با توجه به نمودار مکان - زمان داده شده و تقارن آن‌ها، سرعت دو متحرک در لحظه یکسانی برابر با صفر می‌شود (خط مماس بر نمودار مکان - زمان افقی خواهد شد). از طرف دیگر شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظه $t = 0$ برای نمودار (۱) بزرگ‌تر از نمودار (۲) است و در نتیجه سرعت اولیه آن بزرگ‌تر است. بنابراین نمودار سرعت - زمان این دو متحرک مطابق شکل زیر خواهد بود:



در نتیجه چون شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان برابر با شتاب متحرک است، با توجه به نمودار سرعت - زمان داده شده، مشخص است که اندازه شتاب متحرک (۱) بیش‌تر از اندازه شتاب متحرک (۲) است و شتاب حرکت هر دو متحرک منفی است. بنابراین نمودار گزینه (۴) بیانگر نمودار شتاب - زمان این دو متحرک خواهد بود.

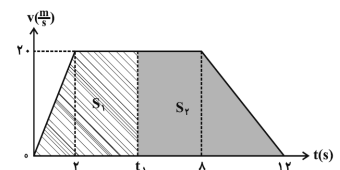


اگر t_1 مدت زمان لازم برای پیمودن نیمه اول مسیر و t_2 مدت زمان لازم برای پیمودن نیمه دیگر مسیر باشد، داریم:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{(t_1 + t_1 - 2) \times 20}{2} = \frac{(12 - t_1 + 8 - t_1) \times 20}{2}$$

$$\Rightarrow t_1 = 5/5 \text{ s}$$

$$t_2 = 12 - 5/5 = 6/5 \text{ s} \Rightarrow t_2 - t_1 = 6/5 - 5/5 = 1 \text{ s}$$



ابتدا تندی اولیه را بر حسب متر بر ثانیه به دست می‌آوریم:

$$72 \frac{km}{h} = 72 \frac{km}{h} \times \frac{1000m}{1km} \times \frac{1h}{3600s} = 20m/s$$

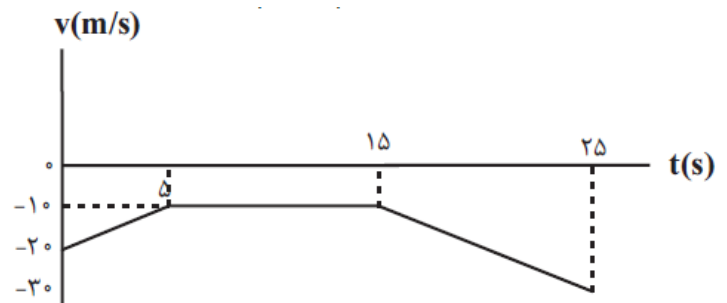
حال سرعت متحرک را در لحظه‌های $t_1 = 5s$ ، $t_2 = 15s$ و $t_3 = 25s$ محاسبه می‌کنیم:

$$v_5 = a_1 t + v_0 = 2 \times 5 + (-20) \Rightarrow v_5 = -10m/s$$

$$\xrightarrow{a_2=0} v_{15} = v_5 \Rightarrow v_{15} = -10m/s$$

$$v_{25} = a_3 t + v_{15} = (-2) \times 10 + (-10) \Rightarrow v_{25} = -30m/s$$

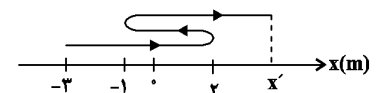
حال نمودار سرعت - زمان حرکت را رسم می‌کنیم:



در نمودار سرعت - زمان، اگر نمودار به محور زمان نزدیک شود، یعنی اندازه سرعت کاهش یابد، حرکت کندشونده و اگر نمودار از محور زمان دور شود، یعنی اندازه سرعت افزایش یابد، حرکت تندشونده است. با این توضیحات، در ۲۵ ثانیه اول حرکت، در بازه زمانی ۱۵s تا ۲۵s نوع حرکت کندشونده است.

نکته: مساحت بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در یک بازه زمانی معین برابر با تغییرات سرعت در آن بازه زمانی است.

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{s_{av} = 1/6 \frac{m}{s}}{\Delta t = 10s} \rightarrow \ell = 1/6 \times 10 = 16m$$

$$\begin{aligned} \ell &= \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 \\ \Rightarrow 16 &= (2 - (-3)) + (|-1 - 2|) + (x' - (-1)) \\ \Rightarrow x' &= 7m \end{aligned}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x' - x_0}{\Delta t} = \frac{x' = 7m}{x_0 = -3m} \rightarrow v_{av} = \frac{7 - (-3)}{10} = 1 \frac{m}{s}$$

می‌دانیم که خرگوش و موش در یک یکسان به هم می‌رسند. معادله پیشروی خرگوش و موش را می‌نویسیم:

$$\begin{array}{ccc}
 x_p = 0 & \xleftrightarrow{100\text{cm}} & x_c = 100\text{cm} \\
 \text{موش} \rightarrow & & \leftarrow \text{خرگوش} \\
 V_p = 0/05 \frac{\text{cm}}{\text{s}} & & V_c = -0/2 \frac{\text{cm}}{\text{s}}
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 x_p &= v_p t + x_{p_0} = 0/05t \quad (1) \\
 x_c &= v_c t + x_{c_0} = -0/2t + 100 \quad (2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_p &= x_c \Rightarrow 0/05t = -0/2t + 100 \\
 \Rightarrow 0/25t &= 100 \Rightarrow t = 400\text{s}
 \end{aligned}$$

$$(1) \rightarrow x_p = 0/05 \times 400 \Rightarrow x_p = 20\text{cm}$$

۲۰ سانتی‌متر از ساندویچ را موش و ۸۰ سانتی‌متر را خرگوش خورده است.

$$\left(\frac{x_f}{x}\right) \times 100 = \frac{20}{100} \times 100 =$$

با توجه به این‌که نیروی مقاومت هوای وارد بر گلوله با مجذور تندی آن نسبت مستقیم دارد، با رفتن گلوله به سمت بالا نیروی مقاومت هوا کاهش می‌یابد و با توجه به هم‌جهت بودن نیروی مقاومت هوا و نیروی وزن اندازه شتاب در حال بالا رفتن کاهش می‌یابد. (رد گزینه‌ی «۲») پس از تغییر جهت با توجه به این‌که هنگام پایین آمدن گلوله نیروی مقاومت هوا و وزن خلاف جهت یکدیگرند. با افزایش تندی گلوله نیروی مقاومت هوا افزایش می‌یابد. در لحظه‌ای که نیروی مقاومت هوا و وزن با یکدیگر برابر می‌شوند شتاب صفر شده و پس از آن گلوله با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. (رد گزینه‌های «۱» و «۴»)

در قسمت اول حرکت متحرک با شتاب ثابت و در قسمت دوم با سرعت ثابت حرکت می‌کند. داریم:

$$\Delta x = \frac{v_0 + v}{2} \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{2\Delta x}{v_0}$$

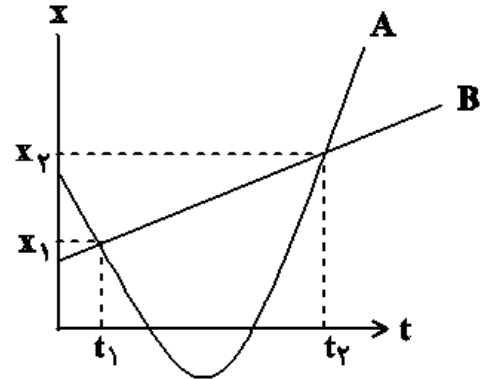
$$\Delta x_2 = v \Delta t_2 \Rightarrow \Delta t_2 = \frac{\Delta x}{v}$$

حال با استفاده از رابطه سرعت متوسط داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x + 2\Delta x}{\frac{2\Delta x}{v_0} + \frac{\Delta x}{v}} = \frac{3\Delta x}{\frac{2\Delta x}{v_0} + \frac{\Delta x}{v}} = v/5 \frac{m}{s}$$

چون متحرک B با سرعت ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، بنابراین سرعت متوسط متحرک B با سرعت لحظه‌ای آن در هر بازه زمانی دلخواه یکسان است. برای محاسبه سرعت متحرک B داریم:

$$v_B = \frac{x_r - x_1}{t_r - t_1} \quad (1)$$



از طرفی x_1 و x_r در لحظه‌هایی رخ می‌دهد که دو متحرک A (که با شتاب ثابت در حال حرکت است) و B (که با سرعت ثابت در حال حرکت است) در یک مکان قرار دارند. بنابراین با توجه به معادله حرکت متحرک A (حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم)، داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^r + v_0 t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} \xrightarrow{t=t_1} x_1 = \frac{1}{2}at_1^r + v_0 t_1 + x_0 \\ \xrightarrow{t=t_r} x_r = \frac{1}{2}at_r^r + v_0 t_r + x_0 \end{cases} \quad (2)$$

بنابراین از (۱) و (۲) داریم:

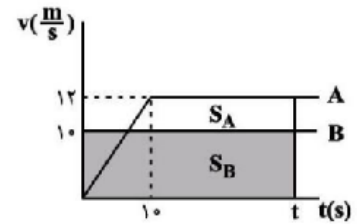
$$\begin{aligned} v_B &= \frac{x_r - x_1}{t_r - t_1} = \frac{(\frac{1}{2}at_r^r + v_0 t_r + x_0) - (\frac{1}{2}at_1^r + v_0 t_1 + x_0)}{t_r - t_1} \\ &\Rightarrow v_B = \frac{(\frac{1}{2}a(t_r - t_1)(t_r + t_1) + v_0(t_r - t_1))}{t_r - t_1} \\ &\Rightarrow v_B = \frac{a(t_r + t_1) + 2v_0}{2} \\ &\Rightarrow v_B = \frac{(at_r + v_0) + (at_1 + v_0)}{2} \Rightarrow v_B = \frac{v_A(t_r) + v_A(t_1)}{2} \\ &\Rightarrow v_B = \frac{v + (-v)}{2} \Rightarrow (v_{av})_B = v_B = 1 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

گزینه درست: ۴

سوال ۴۱

گزینه «۴»

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، وقتی به هم می‌رسند که جابه‌جایی یکسان دارند. در نمودار سرعت - زمان مساحت زیر نمودار برابر با جابه‌جایی است. پس داریم:



$$S_A = S_B \Rightarrow \frac{[(t-10)+t] \times 12}{2} = 10t \Rightarrow 12t - 60 = 10t$$

$$\Rightarrow 2t = 60 \Rightarrow t = 30s$$

گزینه درست: ۳

سوال ۴۲

گزینه «۳»

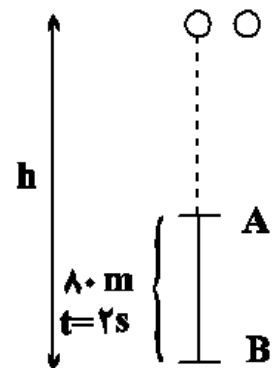
همانطور که می‌دانیم، شتاب برابر با شیب مماس بر نمودار سرعت- زمان می‌باشد و بیشترین شیب این نمودار در لحظه $t = 6ms$ می‌باشد.

گزینه درست: ۱

سوال ۴۳

گزینه «۱»

اگر کل طول مسیر برابر با h و کل زمان سقوط برابر با t باشد، داریم:



$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} h = \frac{1}{2}gt^2 \\ h - 10 = \frac{1}{2}g(t-2)^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}gt^2 - 10 = \frac{1}{2}g(t-2)^2 \Rightarrow 5t^2 - 10 = 5t^2 - 20t + 20$$

$$\Rightarrow t = 5s$$

گزینه درست: ۴

سوال ۴۴

گزینه «۴»

شیب خط مماس بر نمودار مکان-زمان در $t = ۲s$ صفر است.

$$t_1 = ۲s \Rightarrow v_1 = 0$$

$$t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = \text{شیب خط} = \frac{0-۴}{۸-۶} = -\frac{۴}{۲} = -۲ \frac{m}{s}$$

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲}{۴} = -\frac{۱}{۲} \frac{m}{s^۲}$$

گزینه درست: ۴

سوال ۴۵

گزینه «۴»

اگر فرض کنیم کل زمان سقوط برابر با t ثانیه باشد، برای مسافت طی شده در ثانیه آخر حرکت می‌توان نوشت:

$$\Delta h = h_t - h_{t-1} = \frac{1}{۲}gt^۲ - \frac{1}{۲}g(t-1)^۲$$

$$\frac{\Delta h = ۳۴/۳m}{g = ۹/۸ \frac{m}{s^۲}} \rightarrow ۳۴/۳ = ۴/۹(۲t-1) \Rightarrow t = ۴s$$

کل زمان حرکت جسم $۴s$ طول می‌کشد، بنابراین تندی سنگ در لحظه $t = ۴s$ برابر است با:

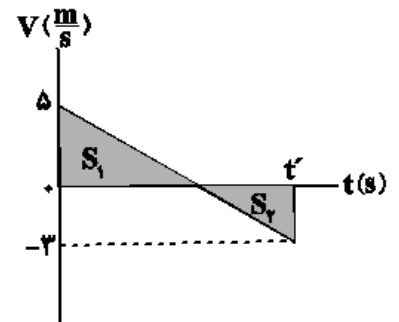
$$|v| = |gt| = ۹/۸ \times ۴ = ۳۹/۲ \frac{m}{s}$$

گزینه درست: ۲

سوال ۴۶

گزینه «۲»

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. از طرفی اگر نمودار سرعت - زمان زیر محور زمان باشد، جابه‌جایی آن منفی است. با این توضیحات و تعریف سرعت متوسط و تندی متوسط و با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



$$\frac{S_1}{S_2} = \left(\frac{5}{9}\right)^۲ \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{۲۵}{۹}$$

$$\left. \begin{aligned} v_{av} &= \frac{\Delta x}{t'} \\ s_{av} &= \frac{\ell}{t'} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2}$$

از طرفی با توجه تشابه مثلث‌ها داریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{S_1 + S_2}{S_1 - S_2} = \frac{۲۵ + ۹}{۲۵ - ۹} = \frac{۱۷}{۸}$$

در حرکت با شتاب ثابت روی مسیری مستقیم داریم:

$$v = at + v_0$$

$$\begin{aligned} t=3s & \rightarrow 0 = 3a + v_0 \Rightarrow v_0 = -3a \quad (1) \\ t=5s & \rightarrow v_5 = 5a + v_0 \xrightarrow{(1)} v_5 = 5a - 3a = 2a \end{aligned}$$

از طرفی می‌توان نوشت:

$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \Delta t \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_{0-3} = \frac{\overbrace{-3a}^{v_0} + \overbrace{0}^{v_3}}{2} \times 3 = -4/5a \\ \Delta x_{3-5} = \frac{\overbrace{0}^{v_3} + \overbrace{2a}^{v_5}}{2} \times 2 = 2a \end{cases}$$

بنابراین مسافت طی شده در ۵ ثانیه اول حرکت برابر است:

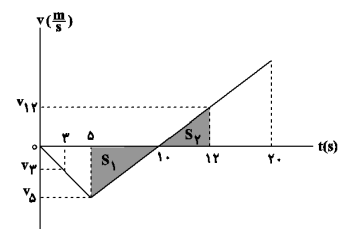
$$\ell_{0-5} = |\Delta x_{0-3}| + \Delta x_{3-5} = 4/5a + 2a = 6/5a$$

حال با توجه به تعریف تندی متوسط داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \Rightarrow 6/5 = \frac{6/5a}{5} \Rightarrow a = 5m/s^2$$

در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، شتاب متوسط در هر بازه زمانی دلخواه با شتاب لحظه‌ای برابر است. پس شتاب متوسط در بازه صفر تا ۵s برابر با ۵m/s^۲ است.

ابتدا با توجه به ثابت بودن شیب نمودار از ۵s تا ۲۰s نسبت سرعت در لحظه ۱۲s را به سرعت در لحظه ۵s می‌یابیم:



$$\frac{|v_5|}{5} = \frac{v_{12}}{20} \Rightarrow v_{12} = 0/4|v_5|$$

اکنون با استفاده از مساحت زیر نمودار $v-t$ و جابه‌جایی متحرک در بازه زمانی ۵s تا ۱۲s، $|v_5|$ را می‌یابیم:

$$\Delta x = S_2 - S_1 = \frac{v_{12} \times 15}{2} - \frac{|v_5| \times 5}{2} \xrightarrow{v_{12} = 0/4|v_5|} \Delta x = -12m$$

$$-21 = 0/4|v_5| - 2/5|v_5| \Rightarrow -21 = -2/1|v_5| \Rightarrow |v_5| = 10 \frac{m}{s}$$

در آخر با توجه به ثابت بودن شیب نمودار از لحظه صفر تا لحظه ۵s، تندی متحرک در لحظه ۳s را پیدا می‌کنیم:

$$\frac{|v_3|}{3} = \frac{|v_5|}{5} \xrightarrow{|v_5| = 10 \frac{m}{s}} \frac{|v_3|}{3} = \frac{10}{5} \Rightarrow |v_3| = 6 \frac{m}{s}$$

گزینه درست: ۱

سوال ۴۹

گزینه «۱»

با استفاده از تعریف سرعت متوسط داریم:

$$\Delta y = v_{av} \Delta t \Rightarrow \Delta y = 29/4 \times 2 = 58/8m(1)$$

اگر محل رها شدن گلوله را مبدا مکان و جهت رو به پایین را مثبت فرض کنیم، داریم:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow \begin{cases} y_1 = \frac{1}{2}gt_1^2 \\ y_2 = \frac{1}{2}gt_2^2 \end{cases} \Rightarrow y_2 - y_1 = \frac{1}{2}g(t_2^2 - t_1^2)$$

$$\Rightarrow y_2 - y_1 = \frac{1}{2}g(t_2 - t_1)(t_2 + t_1)$$

$$\Rightarrow 58/8 = \frac{1}{2} \times 9/8 \times 2 \times (t_2 + t_1)$$

$$\Rightarrow (t_2 + t_1) = 6(2)$$

از طرفی $(t_2 - t_1) = 2s$ است. با حل هم‌زمان این معادله‌ها داریم:

$$\begin{cases} t_1 = 2s \\ t_2 = 4s \end{cases}$$

در نتیجه:

$$v = gt \Rightarrow v = 9/8 \times 4 = 39/2m/s$$

گزینه درست: ۳

سوال ۵۰

گزینه «۳»

محل رها شدن سنگ را مبدأ مکان و جهت مثبت را به سمت پایین در نظر می‌گیریم. اگر کل زمان سقوط سنگ تا رسیدن به زمین برابر با t ثانیه باشد، با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\Delta y_{(t-3)-t} = 3\Delta y_{0-3}$$

$$\Rightarrow \frac{v_{t-3} + v_3}{2} \times 3 = 3 \times \frac{v_0 + v_3}{2} \times 3 \xrightarrow{v=gt+v_0}$$

$$\Rightarrow g(t-3) + gt = 3 \times 3g \Rightarrow t = 6s$$

بنابراین تندی سنگ در لحظه رسیدن به زمین برابر است با:

$$v = gt + v_0 = 10 \times 6 + 0 = 60 \frac{m}{s}$$

گزینه درست: ۱

سوال ۵۱

گزینه «۱»

به‌طور کلی، چون تغییر سرعت در مراحل داده شده، به دنبال یکدیگر هستند، داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}_1 + \Delta \vec{v}_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{12 \vec{i} + 10 \vec{j}}{3+2}$$

$$\Rightarrow \vec{a}_{av} = 4/5 \vec{i} \frac{m}{s^2}$$

با توجه به فرض سؤال که دو متحرک در دو لحظه از کنار یکدیگر می‌گذرند، بدیهی است که در $t = 0$ متحرک B (با سرعت اولیه بیشتر و شتاب کمتر) عقب‌تر از A است، یعنی:

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{a_B} \quad \xrightarrow{a_A} \\ \rightarrow v_{B0} = 10 \frac{m}{s} \quad \rightarrow v_{A0} = 5 \frac{m}{s} \\ \hline x_{0B} = 0, x_{0A} = 3/6 m \end{array} \rightarrow a_A > a_B$$

با نوشتن معادله حرکت هر یک داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow \frac{1}{2}(a_A - a_B)t^2 - \Delta t + 3/6 = 0 \quad (1) \quad x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow \begin{cases} x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + 10t \\ x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + \Delta t + 3/6 \end{cases}$$

از طرفی در $t = 4s$ ، سرعت دو متحرک برابر است، بنابراین:

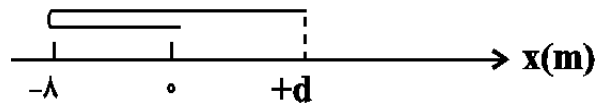
$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{\Delta m}{F s^2} (2) \quad \begin{array}{l} v_A = v_B \Rightarrow a_A t + v_{0A} = a_B t + v_{0B} \\ \xrightarrow{t=4s} F(a_A - a_B) = 5 \end{array}$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{\Delta m}{F s^2} (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{\Delta}{\lambda} t^2 - \Delta t + 3/6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t_1 = 0/18s \\ t_2 = 7/18s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta t = 6/18s$$

می‌توان مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر در نظر گرفت:



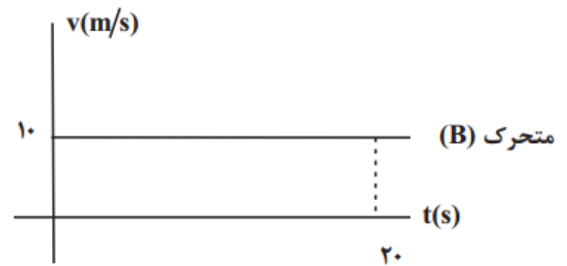
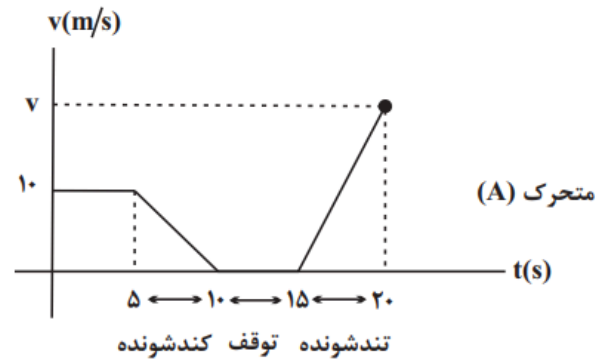
مسافت متحرک برابر است با: $\ell = l + l + d = (16 + d)m$

جابجایی متحرک برابر است با: $\Delta x = d$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{16 + d}{15} = \frac{16}{15} + \frac{d}{15} \left(\frac{m}{s} \right)$$

$$v_{av} = \frac{d}{15} \left(\frac{m}{s} \right) \Rightarrow s_{av} = v_{av} + \frac{16}{15} \Rightarrow s_{av} - v_{av} = \frac{16}{15}$$

برای درک بهتر نمودار سرعت-زمان هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. با این توضیح که زمان شروع و پایان حرکت هر دو متحرک با هم برابر بوده و ۲۰ ثانیه است.



چون متحرک A در نهایت به متحرک B می‌رسد، جابه‌جایی (سطح زیر نمودار) هر دو متحرک با هم برابر است. داریم:

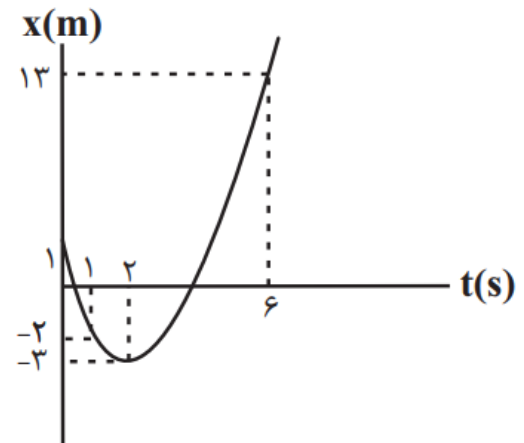
$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{(5+10) \times 10}{2} + \frac{v(5)}{2} = 10 \times 20$$

$$\Rightarrow 125 = 2/5v \Rightarrow v = 50 \frac{m}{s}$$

بنابراین اندازه شتاب در مرحله تندشونده حرکت موتورسوار B برابر است با:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{50-0}{20-15} = 10 \frac{m}{s^2}$$

نمودار مکان - زمان حرکت متحرک را رسم می‌کنیم:



برای محاسبه تندی متوسط داریم:

$$\ell = |-3 - (-2)| + |13 - (-3)| = 17m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = 3/4 \frac{m}{s}$$

برای محاسبه سرعت متوسط داریم:

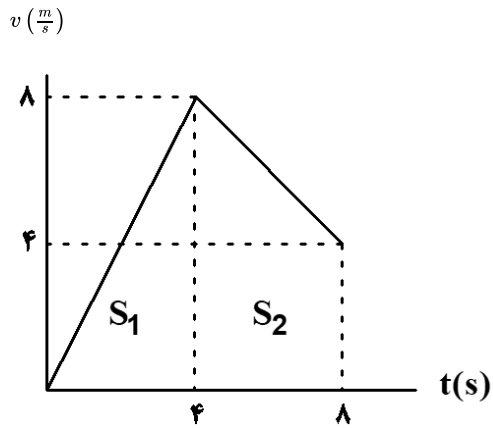
$$\Delta x = 13 - (-2) = 15m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = 3 \frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$s_{av} - v_{av} = 3/4 - 3 = 0/4 \frac{m}{s}$$

با رسم نمودار سرعت - زمان متحرک داریم:



$$\Delta x = |S_1| + |S_2|$$

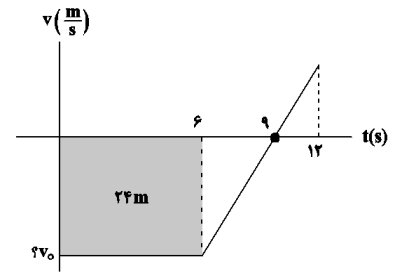
$$\Rightarrow \Delta x = \left| \frac{4 \times 1}{2} \right| + \left| \frac{(4+1) \times 4}{2} \right| = 40m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{40}{8} = 5 \frac{m}{s}$$

در لحظاتی که متحرک از روی مبدأ مکان عبور می‌کند، x تغییر علامت می‌دهد. پس داریم: $x = 4t^2 - 12t + 9 = 0 \Rightarrow (2t - 3)^2 = 0$

چون این معادله تغییر علامت نمی‌دهد. پس، هیچ‌گاه از روی مبدأ مکان عبور نمی‌کند و بردار مکان آن تغییر جهت نمی‌دهد.

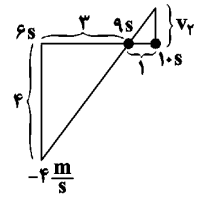
مساحت زیر نمودار سرعت - زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. از طرفی، متحرک در ۶ ثانیه اول حرکتش ۲۴ متر را طی کرده است. بنابراین:



$$|v_0| \times 6 = 24m \Rightarrow |v_0| = 4 \frac{m}{s} \Rightarrow v_0 = -4 \frac{m}{s}$$

سرعت در لحظه $t_1 = 10s$ را می‌توان از تشابه مثلث‌ها به دست آورد:

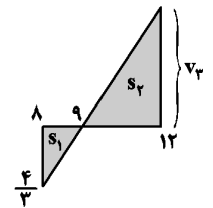
$$\frac{v}{v_0} = \frac{t}{t_0} \Rightarrow v_7 = \frac{7}{10} v_0$$



به دلیل تشابه، اندازه سرعت در لحظه‌های $8s$ و $10s$ برابر است.

$$v_8 = -\frac{8}{10} v_0, v_{10} = \frac{8}{10} v_0$$

برای محاسبه سرعت در لحظه $12s$ داریم:



$$\frac{v}{v_0} = \frac{t}{t_0} \Rightarrow v_{12} = \frac{12}{10} v_0$$

مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است. در بازه زمانی $8s$ تا $12s$ داریم:

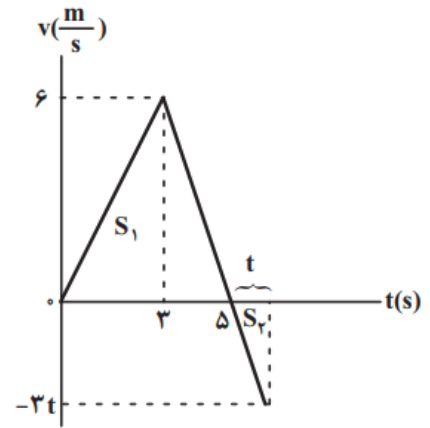
$$\Delta x = -s_1 + s_2 = -\left(\frac{1}{2} \times \frac{8}{10} \times 4\right) + \frac{1}{2} \times 4 \times 4$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{16}{5} + 8 = \frac{24}{5} m$$

ابتدا با کمک نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم. متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و پس از ۳ ثانیه سرعتش به $6 \frac{m}{s}$ می‌رسد.

$$\xrightarrow{t=3s} v = at + v_0 = 2 \times 3 + 0 = 6 \frac{m}{s}$$

پس از آن با شتاب $-3 \frac{m}{s^2}$ شروع به کاهش سرعت می‌کند و ۲ ثانیه بعد به سرعت صفر می‌رسد:



فرض کنیم t ثانیه بعد از لحظه $5s$ ، مقادیر S_1 و S_2 برابر شده و $\Delta x = 0$ شود. در این حالت سرعت متوسط معادل صفر خواهد شد. داریم:

$$S_1 = \frac{5 \times 6}{2} = 15m$$

$$S_1 + S_2 = 0 \xrightarrow{S_1 = 15m} S_2 = -15m$$

$$\Rightarrow \frac{-3t \times t}{2} = -15 \Rightarrow t^2 = 10 \Rightarrow t = \sqrt{10} s$$

$$t_{\text{ج}} = (5 + \sqrt{10}) s \quad \text{بنابراین:}$$

اگر کل زمان سقوط گلوله را t فرض کنیم، با در نظر گرفتن محل رها کردن گلوله به عنوان مبدأ مکان و با استفاده از معادله حرکت در سقوط آزاد برای لحظه‌های $t_1 = 1s$ ، $t_2 = (t-1)s$ و $t_3 = t$ داریم:

$$\Delta y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$\xrightarrow{t_1=1s} y_1 = \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2 = 5m$$

$$\xrightarrow{t_2=(t-1)s} y_2 = \frac{1}{2} \times 10 \times (t-1)^2 \Rightarrow y_2 = 5t^2 - 10t + 5$$

$$\xrightarrow{t_3=t} y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times t^2 \Rightarrow y_3 = 5t^2$$

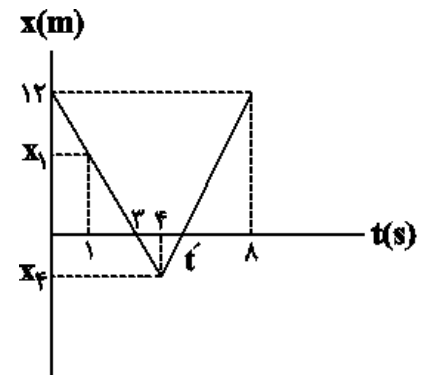
طبق فرض صورت سؤال داریم:

$$y_3 - y_2 = 5y_1 \Rightarrow 5t^2 - (5t^2 - 10t + 5) = 5 \times 5$$

$$\Rightarrow 10t - 5 = 25 \Rightarrow t = 3s$$

بنابراین مدت زمان کل حرکت برابر با ۳s است. در نتیجه ارتفاع h برابر است با:

$$h = y_3 = \frac{1}{2} \times 10 \times (3)^2 = 45m$$



با توجه به شیب ثابت نمودار مکان - زمان در ۴ ثانیه اول و جابه‌جایی متحرک که در ۳ ثانیه اول حرکت (۱۲-) متر بوده است، می‌توان نتیجه گرفت در هر ثانیه این متحرک (۴-) متر جابه‌جا می‌شود. بنابراین $x_{(t=1s)} = 8m$ و $x_{(t=2s)} = -4m$ است.

نمودار نسبت به خط $t = 1.5s$ متقارن است. پس $t = 1.5s$ می‌باشد، تندی متوسط، نسبت مسافت به زمان است. یعنی:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{8 + 4 + 4}{5-1} = \frac{16}{4} = 4 \frac{m}{s}$$

گزینه «۳»

از آن جا که تندی متوسط با سرعت متوسط برابر نیست، پس متحرک تغییر جهت داشته است و در نتیجه می‌توانیم مسافت کل و جابه‌جایی کل را به صورت زیر به دست آوریم:

$$\text{مسافت} = \ell = ۳ \times ۲ + ۳v_۲ = ۶ + ۳v_۲ \quad (m)$$

$$\text{جابه‌جایی} \quad x = |۶ - ۳v_۲| \quad (m)$$

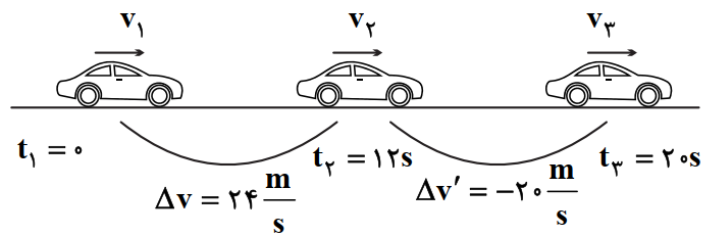
بنابراین داریم:

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = ۳ = \frac{\ell}{x} \Rightarrow \frac{۶ + ۳v_۲}{|۶ - ۳v_۲|} = ۳ \Rightarrow \begin{cases} v_۲ = ۱ \frac{m}{s} \\ v_۲ = ۴ \frac{m}{s} \end{cases}$$

که فقط مقدار $۴ \frac{m}{s}$ در گزینه‌ها وجود دارد.

گزینه «۳»

در ابتدا یک مسیر فرضی از حرکت خودرو را رسم می‌کنیم:



حال با توجه به صورت سؤال داریم:

$$\begin{aligned} \Delta v &= v_۲ - v_1 = ۲۴ \frac{m}{s} \quad (۱) \\ \Delta v' &= v_۳ - v_۲ = -۲۰ \frac{m}{s} \quad (۲) \end{aligned} \quad \xrightarrow{(۱)+(۲)} \Delta v_{کل} = v_۳ - v_1 = ۴ \frac{m}{s}$$

و در نهایت با توجه به تعریف شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v_{کل}}{\Delta t_{کل}} = \frac{۴}{۲۰} = ۰/۲ \frac{m}{s^2}$$

شتاب در هر بازه زمانی ثابت است، بنابراین در بازه زمانی $t_0 = 0s$ تا $t_1 = 8s$ داریم:

$$v_1 = a_1 t_1 + v_0 \Rightarrow v_1 = (-1) \times 8 + 0 \Rightarrow v_1 = -8 \frac{m}{s}$$

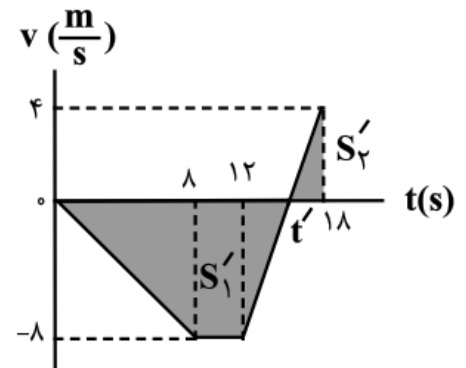
در بازه زمانی $t_1 = 8s$ تا $t_2 = 12s$ سرعت متحرک ثابت است و بنابراین:

$$v_2 = v_1 = -8 \frac{m}{s}$$

در بازه زمانی $t_2 = 12s$ تا $t_3 = 18s$ داریم:

$$v_3 = a_3 t_3 + v_2 \Rightarrow v_3 = 2 \times 6 + (-8) \Rightarrow v_3 = 4 \frac{m}{s}$$

در نتیجه نمودار سرعت - زمان متحرک مطابق شکل زیر است:

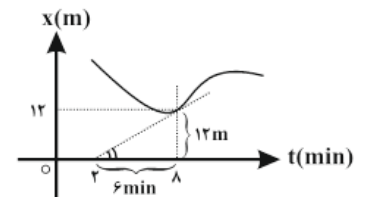


با توجه به نمودار مشخص است که متحرک در بازه ۱۲ ثانیه تا ۱۸ ثانیه یکبار در لحظه t' تغییر جهت می‌دهد.

و حاصل جمع قدر مطلق جابه‌جایی‌ها مسافت را می‌دهد. بنابراین داریم:

$$l = S'_1 + S'_2 = \frac{16 + (12-8)}{2} \times 8 + \frac{4 \times (18-12)}{2} = 80 + 12 = 92m$$

قبل از هر چیز می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در هر لحظه برابر سرعت متحرک در آن لحظه است. بنابراین شیب خط مماس بر منحنی را می‌یابیم. برای پیدا کردن شیب خط با تشکیل یک مثلث قائم‌الزاویه توسط خط مماس بر منحنی داریم:

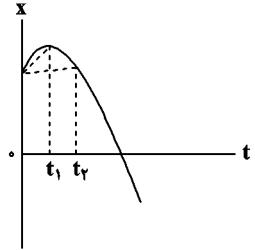


$$v_{t=8 \text{ min}} = \text{شیب خط} = \frac{12}{6} \Rightarrow v_{t=8 \text{ min}} = 2 \frac{m}{\text{min}}$$

ولی سؤال یکای v را بر حسب $\frac{m}{s}$ می‌خواهد. پس داریم:

$$v = 2 \frac{m}{\text{min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 s} \Rightarrow v = \frac{2}{60} \frac{m}{s} \Rightarrow v = \frac{1}{30} \frac{m}{s}$$

الف) درست: شیب خط واصل بین دو لحظه در نمودار مکان - زمان بیانگر سرعت متوسط متحرک می‌باشد. با توجه به اینکه شیب خط واصل بین بازه زمانی صفر تا t_1 بیشتر از صفر تا t_2 است، پس می‌توان نتیجه گرفت که سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_1 بیشتر از سرعت متوسط در بازه زمانی صفر تا t_2 است.



ب) نادرست: بردار مکان برداری است که ابتدای آن مبدأ مکان و انتهای آن مکان جسم است. بنابراین بردار مکان هنگامی تغییر جهت می‌دهد که متحرک از مبدأ مکان عبور کند. پس بردار مکان متحرک در لحظه‌ای t_3 تغییر جهت می‌دهد نه لحظه t_1 .

پ) نادرست: متحرک در بازه زمانی صفر تا t_1 در جهت محور X و پس از آن در خلاف جهت محور X حرکت می‌کند، بنابراین سرعت آن ابتدا در جهت محور X و سپس در خلاف جهت محور X است (دقت کنید که سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی صفر تا t_3 در خلاف جهت محور X است، نه سرعت لحظه‌ای آن در کل بازه)

ت) نادرست: متحرک هنگامی تغییر جهت می‌دهد که سرعت آن صفر شود و تغییر علامت دهد که این اتفاق در لحظه t_1 می‌افتد.

ابتدا شتاب حرکت را پیدا کرده و به کمک آن زمان را به دست می‌آوریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \underbrace{2^2 - 1^2}_3 = 2a \times 3 \Rightarrow a = \frac{1}{6} \frac{m}{s^2}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \Rightarrow 13 = \frac{1}{6} \times \frac{1}{2}t^2 + (1 \times t) + 10$$

$$\Rightarrow \frac{1}{6}t^2 + t - 3 = 0 \Rightarrow \frac{1}{6}(t-2)(t+6) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} t = 2s \\ t = -6s \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$$

هر یک از عبارتها را بررسی می‌کنیم:

الف) نادرست: خط مماس بر نمودار در لحظاتی افقی است و بنابراین متحرک در آن لحظه‌ها متوقف شده است.

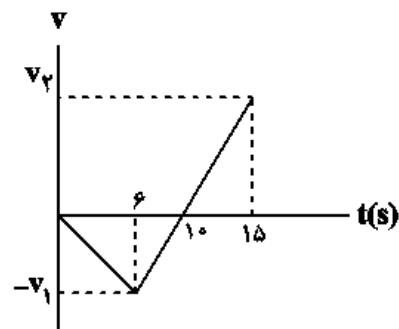
ب) نادرست: چون شیب خط واصل بین دو لحظه t_1 تا t_2 با شیب خط مماس بر نمودار در لحظه t_3 برابر است، بنابراین سرعت متوسط در بازه t_1 تا t_2 برابر با سرعت لحظه‌ای در لحظه t_3 است ولی دربارهٔ تندی متوسط نمی‌توان اظهار نظر کرد.

پ) درست: در هر کدام از بازه‌های زمانی صفر تا t_1 ، t_1 تا t_2 و t_2 تا t_3 ، مسافتی که متحرک در جهت محور X طی می‌کند، از مسافتی که در خلاف جهت محور X طی می‌کند، بیشتر است و بنابراین در مجموع سه بازه یعنی صفر تا t_3 ، مجموع مسافت‌های طی شده در جهت محور X بیشتر از مجموع مسافت‌های طی شده در خلاف جهت محور X است.

اگر متحرک در لحظه t تغییر جهت دهد، بردار جابه‌جایی آن در بازه t_1 تا t در خلاف جهت بردار جابه‌جایی آن در بازه t تا t_2 است و مسافت پیموده شده توسط متحرک در بازه t_1 تا t_2 بیشتر از جابه‌جایی آن است. اگر در لحظه t تغییر جهت ندهد و فقط برای یک لحظه ساکن شود و سپس به مسیر ادامه دهد، عبارتهای «الف» و «ب» نادرست خواهند بود.

جهت بردار مکان متحرک الزاماً در لحظه t عوض نمی‌شود و متحرک الزاماً از مبدأ مکان عبور نخواهد کرد.

با توجه به اینکه شیب نمودار در بازه زمانی ۶ تا ۱۵ ثانیه ثابت است، داریم:



نقطه تلاقی نمودار با محور زمان برابر است با:

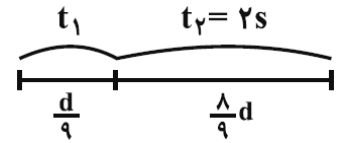
$$\frac{|v_1|}{10-6} = \frac{|v_2|}{15-10} \Rightarrow |v_1| = \frac{4}{5}|v_2| \quad (*)$$

اکنون نسبت شتاب‌ها را می‌یابیم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow \frac{a_{av}(6-15)}{a_{av}(0-15)} = \frac{v_2 - (-v_1)}{v_2 - 0} \quad (*) \rightarrow$$

$$\frac{a_{av}(6-15)}{a_{av}(0-15)} = \frac{v_2 + \frac{4}{5}v_2}{v_2 - 0} = \frac{1}{\frac{1}{5}} = 3$$

باید توجه داشت جابه‌جایی قسمت آخر را نباید با قسمت اول مقایسه کرد زیرا سرعت اولیه مرحله آخر با مرحله اول که $v_0 = 0$ است، برابر نیست، ولی سرعت اولیه برای مرحله اول و کل مسیر با هم برابر است.



$$\text{قسمت اول: } \Delta x_1 = \frac{1}{2} a t_1^2 + v_0 t_1 \Rightarrow \frac{d}{9} = \frac{1}{2} a t_1^2 \quad (1)$$

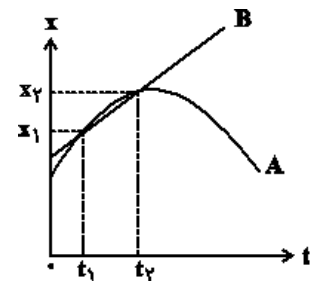
$$\text{کل مسیر: } \Delta x_{\text{کل}} = \frac{1}{2} a (t_1 + t_2)^2 + v_0 (t_1 + t_2)$$

$$\Rightarrow d = \frac{1}{2} a (t_1 + t_2)^2 \quad (2)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{1}{9} = \frac{t_1^2}{(t_1 + t_2)^2} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{t_1}{t_1 + t_2} \Rightarrow t_1 + t_2 = 3t_1$$

$$\Rightarrow t_2 = 2t_1 \xrightarrow{t_2=2s} t_1 = 1s$$

$$\Delta x_{\text{کل}} = \frac{1}{2} a (1 + 2)^2 = 18m$$



در بازه زمانی داده شده هر دو متحرک به اندازه $(x_2 - x_1)$ جابه‌جا شده‌اند و چون در این بازه زمانی A تغییر جهت نداده، پس جابه‌جایی آن با مسافت طی شده‌اش برابر است و در نتیجه تندی متوسط دو متحرک یکسان می‌باشد و اندازه تندی و سرعت متوسط دو متحرک برابر است.

در ضمن، شیب خط مماس بر منحنی A در لحظه t_1 بیشتر از شیب نمودار B می‌باشد و در نتیجه سرعت A در این لحظه بیشتر است.

بنابراین عبارتهای الف، پ، ت و ث صحیح است.

در ابتدا معادله حرکت را می‌نویسیم. با توجه به این‌که نمودار داده شده قسمتی از یک سهمی است، در $t = ۲s$ ، $x = ۰$ است. در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{x_0=0} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t=۲s} ۰ = ۲a + ۲v_0 \quad (۱) \\ \xrightarrow{x=۰} \\ \xrightarrow{t=۴s} \epsilon = ۸a + ۴v_0 \quad (۲) \\ \xrightarrow{x=\epsilon m} \end{cases}$$

با حل دستگاه معادلات به دست آمده، شتاب و سرعت اولیه متحرک مشخص می‌شود.

$$\xrightarrow{(۱), (۲)} a = \frac{۳}{۲} \frac{m}{s^2}, v_0 = -\frac{۳}{۲} \frac{m}{s}$$

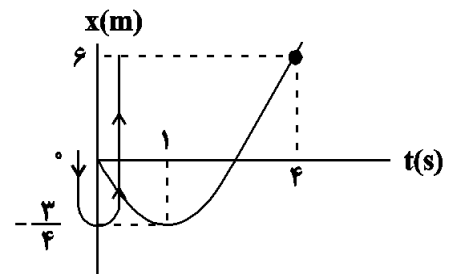
حال مکان متحرک را در لحظه $t = ۱s$ ، به دست می‌آوریم:

$$x = \frac{۳}{۲}t^2 - ۱/\Delta t \xrightarrow{t=1s} x_{t=1s} = -\frac{۳}{۲}m$$

و در نهایت داریم:

$$\ell = \frac{۳}{۲} + \frac{۳}{۲} + \epsilon \Rightarrow \ell = ۷/\Delta m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۷/\Delta}{۲} = \frac{۷\Delta}{۸} \frac{m}{s}$$



جابه‌جایی در t ثانیه اول حرکت برابر است با:

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow y_1 = \frac{1}{2}gt^2$$

جابه‌جایی در t ثانیه سوم حرکت، یعنی در بازه $2t$ تا $3t$ ثانیه برابر است با:

$$y_3 = \left[\frac{1}{2}g(3t)^2\right] - \left[\frac{1}{2}g(2t)^2\right] = 5\left(\frac{1}{2}gt^2\right)$$

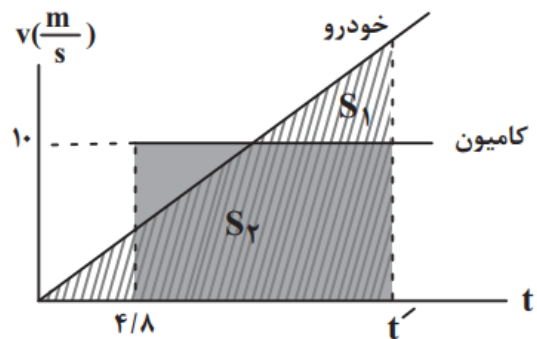
بنابراین:

$$y_3 - y_1 = 5\left(\frac{1}{2}gt^2\right) - \left(\frac{1}{2}gt^2\right) = 4\left(\frac{1}{2}gt^2\right) = 2gt^2$$

نکته: هنگام سقوط آزاد در شرایط خلاء، جابه‌جایی در t ثانیه‌های متوالی تصاعدی عددی است که اندازه قدر نسبت این تصاعد $d = (gt^2)$ است.

$$y_1, (y_1 + gt^2), (y_1 + 2gt^2), \dots$$

به کمک نمودار سرعت - زمان برای خودرو و کامیون داریم:



S_1 : جابه‌جایی خودرو و S_2 : جابه‌جایی کامیون

$$\Delta x_{\text{خودرو}} = \Delta x_{\text{کامیون}} \Rightarrow S_1 = S_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}t'(t') = 10(t' - 4/8) \Rightarrow t'^2 - 20t' + 96 = 0$$

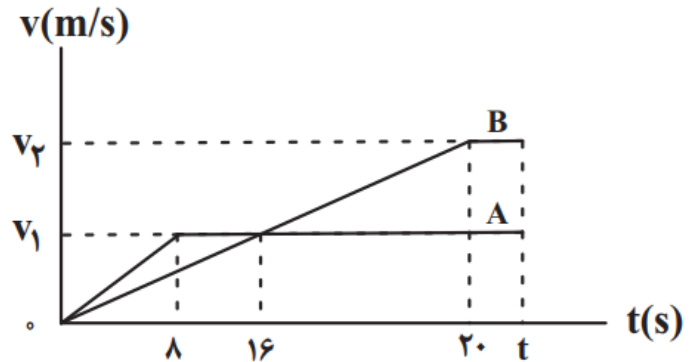
$$\Rightarrow \begin{cases} t'_1 = 8s \rightarrow \text{در این لحظه کامیون از خودرو سبقت می‌گیرد} \\ t'_2 = 12s \rightarrow \text{در این لحظه خودرو از کامیون سبقت می‌گیرد} \end{cases}$$

با استفاده از معادله مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت می‌توان نوشت:

$$t = 0 \text{ تا } t = 4s : \frac{v+v_0}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \frac{0+v_0}{2} = \frac{16 - (-8)}{4 - 0} \Rightarrow v_0 = 12 \frac{m}{s}$$

ابتدا لحظه‌ای را که دو خودرو به هم می‌رسند، پیدا می‌کنیم:



اگر فرض کنیم، خودروها در لحظه t به هم رسیده باشند، در این لحظه جابه‌جایی آن‌ها با هم برابر است. با توجه به این که مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت-زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، می‌توان نوشت:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t + (t - 8)}{2} \times v_1 = \frac{t + (t - 20)}{2} \times v_2$$

$$\Rightarrow (2t - 8)v_1 = (2t - 20)v_2 \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{t - 4}{t - 10} \quad (1)$$

از طرف دیگر در لحظه $t = 16s$ ، سرعت دو خودرو با هم برابر است، یعنی سرعت خودروی B برابر با v_1 است. بنابراین با توجه به این که شتاب خودروی B برابر با $a_B = \frac{v_2 - 0}{20} = \frac{v_2}{20}$ است، می‌توان نوشت:

$$v_B = a_B t + v_{0B} \xrightarrow[t=16s, v_B=v_1]{v_{0B}=0} v_1 = \frac{v_2}{20} \times 16 + 0$$

$$\Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} \quad (2)$$

با استفاده از رابطه‌های (1) و (2) داریم:

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{t - 4}{t - 10} = \frac{5}{4} \Rightarrow t = 34s$$

اکنون با توجه به این که جابه‌جایی هر دو خودرو برابر با $240m$ است، برای خودروی A داریم:

$$\Delta x_A = \frac{2t - 8}{2} \times v_1 \xrightarrow[t=34s]{v_1=v_A} 240 = \frac{2 \times 34 - 8}{2} \times v_A$$

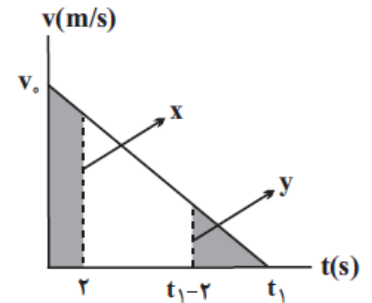
$$\Rightarrow v_A = 8 \frac{m}{s}$$

با استفاده از حالت مقایسه‌ای رابطه جابه‌جایی بر حسب سرعت نهایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \xrightarrow{v=0} \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \left(\frac{t_2}{t_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \left(\frac{2}{1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \Delta x_2 = 4\Delta x_1 \xrightarrow{\Delta x_1=3m} \Delta x_2 = 12m$$

با توجه به اینکه مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک می‌باشد، ابتدا مساحت زیر نمودار در دو ثانیه اول و دو ثانیه آخر را به دست می‌آوریم. برای این کار با استفاده از تشابه مثلث‌ها در شکل زیر، سرعت را در $t = ۲s$ و $t' = (t_1 - ۲)s$ محاسبه می‌کنیم. داریم:



$$\frac{v_0}{t_1} = \frac{y}{2} \Rightarrow y = \frac{2}{t_1} v_0 \quad (1)$$

$$\frac{v_0}{t_1} = \frac{x}{t_1 - 2} \Rightarrow x = \frac{(t_1 - 2)}{t_1} v_0 \quad (2)$$

حال مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان را در دو ثانیه اول و دو ثانیه آخر محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta x = \frac{y \times 2}{2} = 6 \xrightarrow{(1)} \frac{2}{t_1} v_0 = 6 \Rightarrow v_0 = 3t_1 \quad (3)$$

$$\Delta x' = \frac{(v_0 + x) \times 2}{2} = 54 \xrightarrow{(2)} v_0 + \frac{(t_1 - 2)}{t_1} v_0 = 54$$

$$\xrightarrow{(3)} 6t_1 = 54 \Rightarrow t_1 = 9s$$

روش دوم، متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند تا بایستد، در بازه‌های زمانی یکسان (مثلاً دو ثانیه در این سوال) از لحظه توقف به قبل، مسافت‌هایی به نسبت‌های x ، $۳x$ ، $۵x$ ، $۷x$ ، $۹x$ و ... را طی می‌کند. بنابراین

$$x = 6m, \quad 3x = 18m, \quad 5x = 30m, \quad 7x = 42m, \quad 9x = 54m$$

پس زمان کل حرکت برابر با $۱۰s = ۵ \times ۲$ بوده است.

ابتدا با توجه به انرژی جنبشی گلوله، تندی آن را دو ثانیه قبل از برخورد به زمین محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times v^2 \Rightarrow v = 40 \frac{m}{s}$$

اگر جهت مثبت را به سمت پایین و کل زمان سقوط گلوله تا رسیدن به زمین را t در نظر بگیریم، طبق صورت سؤال در لحظه $t_2 = (t-2)s$ سرعت گلوله برابر با $v_2 = 40 \frac{m}{s}$ است. از طرفی سه ثانیه آخر حرکت بازه زمانی بین لحظه‌های $t_1 = (t-3)s$ تا $t_3 = (t)s$ است. سرعت گلوله را در لحظه‌های t_1 و t_3 می‌یابیم. داریم:

$$\begin{aligned} \xrightarrow{t_1=(t-3)s} v_1 &= g(t-3) = g(t-2-1) = g(t-2) - g \\ \Rightarrow v_1 &= 40 - 10 \Rightarrow v_1 = 30 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xrightarrow{t_3=(t)s} v_3 &= g(t) = g(t-2+2) = g(t-2) + 2g \\ \Rightarrow v_3 &= 40 + 20 \Rightarrow v_3 = 60 \frac{m}{s} \end{aligned}$$

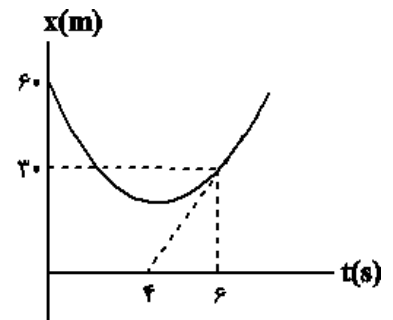
حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{v_1 + v_3}{2} \Rightarrow \frac{\Delta y}{3} = \frac{30 + 60}{2} \Rightarrow \Delta y = 135m$$

شیب خط مماس بر منحنی مکان- زمان در لحظه $t = 6s$ همان سرعت متحرک در لحظه $t = 6s$ است:

$$\text{شیب خط} = \frac{30-60}{6-4} = 15 \frac{m}{s}$$

دقت شود که خط مماس رو به بالا است و شیب (سرعت) مثبت است.

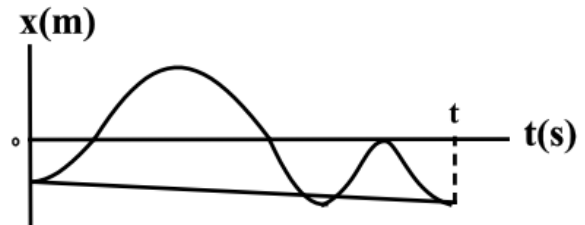


حال می‌توان با استفاده از رابطه مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، سرعت اولیه را به دست آورد.

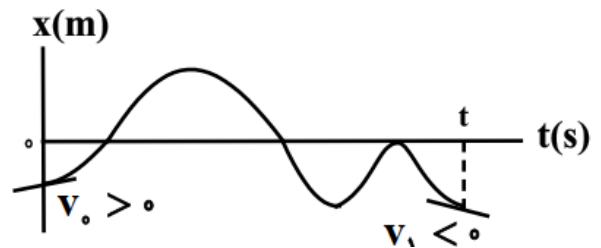
$$\Delta x = \left(\frac{v_0 + v_{6s}}{2} \right) \Delta t \Rightarrow 30 - 60 = \frac{v_0 + 15}{2} \times 6 \Rightarrow v_0 = -25 \frac{m}{s}$$

به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم:

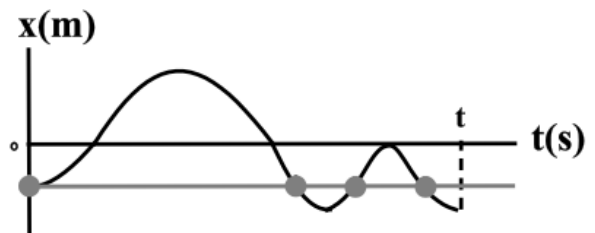
الف) صحیح، در نمودار مکان - زمان متوسط برابر با شیب خطی است که از نقطه ابتدایی به نقطه انتهایی وصل می‌شود. طبق شکل زیر، شیب خط منفی است، پس سرعت متوسط منفی است.



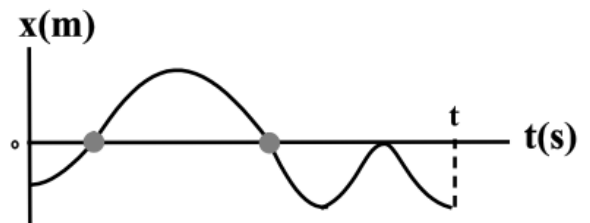
ب) غلط، طبق شکل زیر، در لحظه صفر سرعت مثبت و در لحظه t سرعت منفی است، پس در کل مدت زمان حرکت، تغییرات سرعت منفی است، در نتیجه شتاب متوسط منفی است.



پ) صحیح، طبق شکل زیر، متحرک بعد از شروع حرکت سه بار از مبدأ حرکت عبور می‌کند.



ت) غلط، زمانی که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند، نمودار مکان-زمان محور افقی را قطع می‌کند، که طبق شکل زیر، این اتفاق دو بار رخ داده است. (مماس شدن بر نمودار افقی به معنی عبور از مبدأ مکان نیست و به معنی رسیدن به این مکان است.)



ابتدا سرعت اتومبیل را به متر بر ثانیه تبدیل می‌کنیم:

$$72 \frac{km}{h} = 72 \frac{km}{h} \times \frac{1h}{3600s} \times \frac{1000m}{1km} = 20 \frac{m}{s}$$

حال با استفاده از رابطه $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$ ، زمان برخورد احتمالی را پیدا می‌کنیم.

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow[\substack{a = -2 \frac{m}{s^2}, v_0 = 20 \frac{m}{s}}]{\Delta x = 19m} 19 = -t^2 + 20t$$

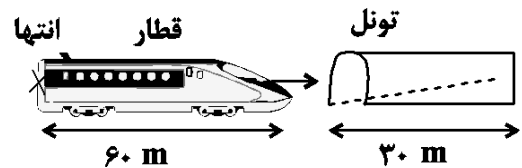
$$\Rightarrow t^2 - 20t + 19 = 0 \Rightarrow (t-1)(t-19) = 0 \begin{cases} t = 1s \text{ ق ق} \\ t = 19s \text{ ق غ} \end{cases}$$

پس شخص حداکثر ۱۹ ثانیه زمان برای گریز از تصادف دارد.

دقت کنید $t = 19s$ به این دلیل غیرقابل قبول است که خودرو در $t = 10s$ متوقف شده است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = -2t + 20 = 0 \Rightarrow t = 10s$$

برای خروج کامل قطار باید انتهای قطار کاملاً از تونل خارج شود، یعنی اندازه جابه‌جایی قطار برابر با مجموع طول قطار و طول تونل می‌باشد:

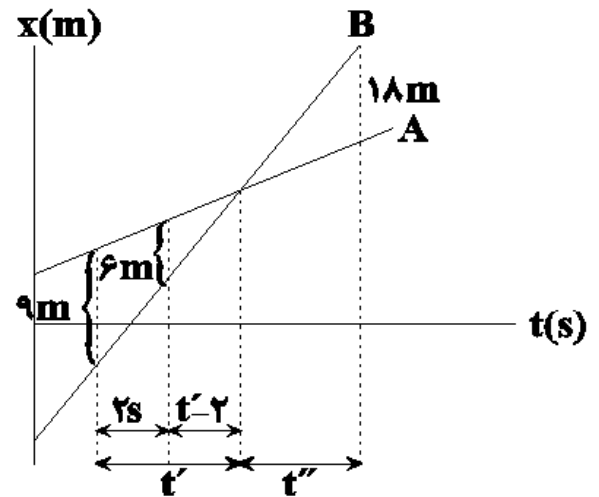


$$\Delta x = 60 + 30 = 90m$$

$$\Delta x = -\frac{1}{2}at^2 + vt \Rightarrow 90 = -\frac{1}{2} \times (-5) \times t^2 + 40t$$

$$\Rightarrow 2.5t^2 + 40t - 90 = 0 \Rightarrow t = 2s$$

با توجه به نمودار، دو متحرک t ثانیه بعد از لحظه t_1 از کنار یکدیگر عبور می‌کنند. با توجه به تشابه مثلث‌ها داریم:



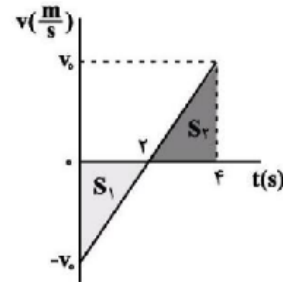
$$\frac{t'}{t'-7} = \frac{9}{9} \Rightarrow 9t' = 9t' - 18 \Rightarrow t' = 6s$$

$$\frac{t''}{t'} = \frac{18}{9} \Rightarrow t'' = 2t' = 12s$$

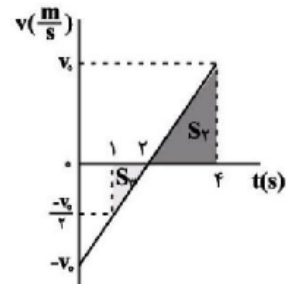
$$\Rightarrow t' + t'' = 6 + 12 = 18s$$

گزینه «۲»

ابتدا نمودار سرعت زمان متحرک را رسم می‌کنیم. چون شتاب حرکت ثابت است پس شیب نمودار ثابت است. از طرفی چون جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول حرکت صفر است.



پس مساحت S_1 و S_2 با هم برابرند. پس سرعت در لحظه ۴ ثانیه v_0 است. از طرفی با توجه به ثابت بودن شیب، سرعت در لحظه ۱ ثانیه $-\frac{v_0}{3}$ است.



$$S_2 = \frac{v_0}{2} \times \gamma = \frac{v_0}{2} \times \frac{v_0}{v_0} = \frac{v_0^2}{2}$$

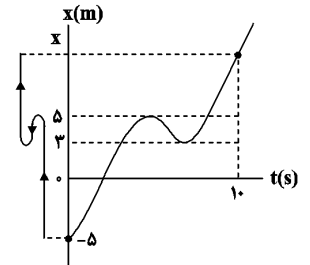
$$S_1 = \frac{v_0 \times \gamma}{2} = v_0 \times \frac{v_0}{2} = \frac{v_0^2}{2}$$

با داشتن مساحت زیر نمودار می‌توانیم جابه‌جایی و مسافت را به دست آوریم.

$$\ell = S_2 + S_1 = \frac{\Delta}{2} v_0 \Rightarrow \frac{\ell}{\Delta x} = \frac{\Delta}{2}$$

$$\Delta x = S_2 - S_1 = \frac{v_0}{2} v_0$$

اگر مکان متحرک را در لحظه $t = 10s$ برابر x بنامیم، برای تعیین تندی متوسط و سرعت متوسط، باید مقادیر مسافت طی شده و جابه‌جایی را بیابیم، بنابراین داریم:



$$\text{مسافت طی شده: } \ell = \ell_1 + \ell_2 + \ell_3 = 5 - (-5) + |3 - 5| + x - 3$$

$$\Rightarrow \ell = 9 + x \text{ (m)}$$

$$\text{جابه‌جایی: } \Delta x = x - (-5) \Rightarrow \Delta x = x + 5 \text{ (m)}$$

حال برای تعیین تندی متوسط و سرعت متوسط در ده ثانیه اول داریم:

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10s]{\ell=9+x \text{ (m)}} s_{av} = \frac{9+x}{10}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=10s]{\Delta x=x+5 \text{ (m)}} v_{av} = \frac{x+5}{10}$$

و در آخر داریم:

$$s_{av} - v_{av} = \frac{9+x}{10} - \left(\frac{x+5}{10} \right) = \frac{9+x-x-5}{10}$$

$$\Rightarrow s_{av} - v_{av} = 0.4 \frac{m}{s}$$

برای این که دو گلوله به هم برخورد کنند، باید مدت زمان حرکت گلوله‌ها از مکان اولیه حرکت‌شان تا رسیدن به پای ساختمان با هم برابر باشند. با توجه به این که گلوله A روی سطح افقی بدون اصطکاک پرتاب شده است، در تمام مسیر سرعت آن ثابت می‌ماند، بنابراین داریم:

$$\text{گلوله B: } \Delta y_B = -\frac{1}{2} g t_B^2 \xrightarrow[g=10 \frac{m}{s^2}]{\Delta y_B = -18m}$$

$$-18 = -\frac{1}{2} \times 10 \times t_B^2 \Rightarrow t_B = \sqrt{3.6} \text{ s}$$

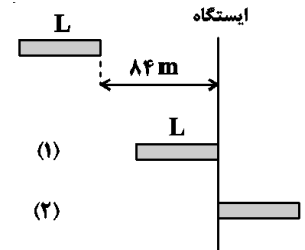
$$\Rightarrow \text{گلوله A: } \Delta x_A = v_A \Delta t \xrightarrow[v_A = \sqrt{10} \frac{m}{s}]{\Delta t = \sqrt{3.6} s} \Delta x_A = \sqrt{10} \times \sqrt{3.6}$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = \sqrt{36} = 6m$$

اگر برای لحظه‌ای که ابتدای اتوبوس به ورودی ایستگاه می‌رسد، معادله سرعت - جابه‌جایی را بنویسیم، داریم:

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_1 \Rightarrow v_1^2 - 400 = 2 \times (-2) \times 84$$

$$\Rightarrow v_1^2 = 64 \Rightarrow v_1 = 8 \frac{m}{s}$$



چون سرعت اتوبوس در حال کند شدن است، بنابراین سرعت انتهای اتوبوس هنگام عبور از ورودی ایستگاه برابر است با:

$$v_2 = v_1 - 6 = 2 \frac{m}{s}$$

حال معادله سرعت - جابه‌جایی را برای عبور انتهای اتوبوس از ورودی ایستگاه می‌نویسیم. در این حالت طول اتوبوس هم طی شده است. داریم:

$$v_2^2 - v_0^2 = 2a\Delta x_2 \Rightarrow 4 - 400 = 2 \times (-2) \times (84 + L)$$

$$\Rightarrow L = 15m$$

دقت کنید فقط برای طول اتوبوس هم می‌شود معادله سرعت - جابه‌جایی را نوشت:

$$v_2^2 - v_1^2 = 2aL \Rightarrow 2^2 - 8^2 = 2 \times (-2)L \Rightarrow L = 15m$$

با توجه به اینکه متحرک ۱۵، A. ثانیه زودتر به مقصد می‌رسد، اگر زمان حرکت متحرک A را t ثانیه در نظر بگیریم، زمان حرکت متحرک B برابر با (t + ۱۵)s است. از طرفی چون جابه‌جایی هر دو متحرک یکسان است با استفاده از معادله حرکت داریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}a)(t+15)^2$$

$$\Rightarrow t^2 = \frac{1}{2}(t+15)^2 \Rightarrow 2t = t+15 \Rightarrow t_A = 15s, t_B = 30s$$

اکنون نسبت سرعت متوسط دو متحرک را محاسبه می‌کنیم.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x_A = \Delta x_B} \frac{v_{avA}}{v_{avB}} = \frac{t_B}{t_A} = \frac{30}{15} = 2$$